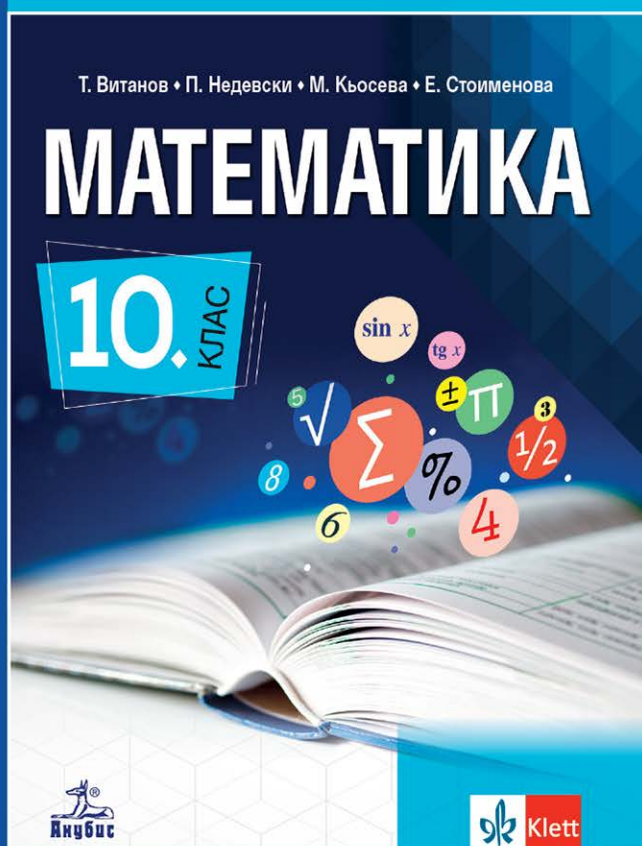


Т. ВИТАНОВ
П. НЕДЕВСКИ
М. КЪОСЕВА
Е. СТОИМЕНОВА

КНИГА за УЧИТЕЛЯ



КНИГА ЗА УЧИТЕЛЯ
по математика за 10. клас

Автори

- © Теодоси Асенов Витанов, 2024 г.
- © Петър Спиридонов Недевски, 2024 г.
- © Мариана Димитрова Къосева, 2024 г.
- © Евгения Асенова Стоименова, 2024 г.

Графичен дизайн и корица

- © Владимир Марков Минчев, 2018 г.

Издател

- © „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД, 2024 г.

ISBN 978-619-215-452-3

Възпроизвеждането на това издание или на отделни негови части под каквато и да е форма без изричното писмено съгласие на „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД е престъпление.

СЪДЪРЖАНИЕ

1. УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА В ДЕСЕТИ КЛАС И РЕАЛИЗАЦИЯТА МУ В УЧЕБНИКА	4
2. ПРИМЕРНИ МЕТОДИЧЕСКИ РАЗРАБОТКИ.....	9
3. ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА НА ЗНАНИЯТА И УМЕНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ	26
4. ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ.....	28
5. ОТГОВОРИ НА ТЕСТОВЕТЕ	38
6. ИЗПОЛЗВАНЕ НА ЕЛЕКТРОННИЯ УЧЕБНИК И ЕЛЕКТРОННИТЕ РЕСУРСИ КЪМ УЧЕБНИКА	44

1. УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА В ДЕСЕТИ КЛАС И РЕАЛИЗАЦИЯТА МУ В УЧЕБНИКА

Учебният комплект се състои от учебник и книга за учителя. Темите в учебника са разработени в съответствие с изискванията на учебната програма на МОН по математика за десети клас, с очакваните резултати от обучението в различните области на компетентност и с връзката им с отделните ключови компетентности.

Десети клас е последният клас на първи гимназиален етап в средната степен на образование и в този клас продължава изграждането на системата от математически знания в средното училище като продължение и разширение на изученото в предходните години.

Специфичните цели на обучението по математика, залегнали в Държавния образователен стандарт за първи гимназиален етап на средната степен на образование са:

- Формиране на логическо и пространствено мислене, на наблюдателност и на математическа компетентност.
- Формиране на математическа компетентност за този етап на познавателно, комуникационно и аналитично ниво, като се развива способността и желанието на индивида да използва математически методи на мислене и на представяне – чрез формули, модели, конструкции, графики, диаграми, или най-общо казано „работа с данни“.
- Математическата компетентност за първи гимназиален етап да включва стабилно познаване на факти, основни величини и закономерности, както и набор от познавателни и практически умения, необходими за решаване на задачи и проблеми чрез подбор и прилагане на основни методи и инструменти.
- Математическата компетентност на този етап да предполага и поемане на отговорност за самостоятелно изпълнение на задачи в процеса на обучение, както и проява на отношение и избор на решение и поведение съобразно конкретни проблеми и обстоятелства.

Очакваните резултати от обучението по математика в десети клас в шестте области на компетентност са:

Област на компетентност „Числа. Алгебра“

В резултат на обучението си ученикът:

- извършва тъждествени преобразувания на ирационални изрази (съдържащи квадратни корени);
- намира числена стойност на ирационален израз;
- решава ирационални уравнения без параметър, съдържащи до два радикала;
- умее да намира елементите на аритметична и геометрична прогресия.

Област на компетентност „Фигури и тела“

В резултат на обучението си ученикът:

- знае:
 - успоредност между права и равнина в пространството
 - успоредност между две равнини в пространството
 - перпендикулярност между права и равнина в пространството
 - перпендикулярност между две равнини в пространството;
- умее да декомпозира стереометрична задача на няколко планиметрични;
- умее да намира елементи на права призма, пирамида, цилиндър, конус, сфера и кълбо.

Област на компетентност „Функции. Измерване“

В резултат на обучението си ученикът:

- знае тригонометрични функции на ъгъл в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$ и техните графики и свойства;
- умее да намира лице на триъгълник чрез подходяща формула;
- умее да намира лице на повърхнина и обем на права призма, пирамида, цилиндър и конус;
- умее да намира лице на повърхнина на сфера и обем на кълбо;
- може да конструира числови редици по дадено правило;
- знае аритметична и геометрична прогресия и техните свойства;
- решава практически задачи, свързани със сложна лихва.

Област на компетентност „Логически знания“

В резултат на обучението си ученикът:

- разбира на конкретно ниво смисъла на кванторите „за всяко“ и „съществува“ и понятията „необходимо условие“, „достатъчно условие“ и „необходимо и достатъчно условие“, на релациите „следва“ и „еквивалентност“;
- разграничава еквивалентни от нееквивалентни преобразувания при решаване на ирационални уравнения;
- преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор на подход в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи;
- образува на конкретно ниво отрицание на просто съждение;
- умее да конкретизира общовалидно твърдение и да обосновава невярност на твърдение с контра пример;
- умее да декомпозира стереометрична задача на няколко планиметрични.

Област на компетентност „Елементи от вероятности и статистика“

В резултат на обучението си ученикът:

- знае понятията генерална съвкупност и извадка;
- умее да намира централните тенденции в данни – мода, медиана, средноаритметично.

Област на компетентност „Моделиране“

В резултат на обучението си ученикът:

- моделира процеси с прогресия;
- оценява съдържателно получен резултат, коректност на аргументи и ги интерпретира, предвижда в определени рамки очакван от моделирането резултат.

В учебното съдържание по математика в 10. клас продължава системният курс по геометрия от предходните години (7. – 9. клас), като се разглеждат следните глобални теми: **Решаване на триъгълник и Елементи на стереометрията**. С изучаването на първата тема завършва най-важната и от практическа гледна точка тема в геометрията – решаването на триъгълник. Втората тема е посветена на пространствената геометрия и целта е учениците да придобият известни умения за решаване на някои основни пространствени фигури с помощта на изучените метрични теореми, т.е. приложение на знанията за решаване на триъгълник в известните и изучавани още от 6. клас тела.

Алгебричният материал включва глобалните теми **Ирационални изрази и уравнения и Прогресии**. В първата тема основният нов момент е разширяването на знанията за видовете уравнения, които можем да решаваме с разглеждането на някои ирационални уравнения. Включени са уравнения с един и два квадратни радикала и някои несложни примери за полагане. Съществено е, че при решаването не се коментира и не се изисква използването на теоремите за еквивалентност на ирационални уравнения. Втората тема е класическа и е в същия обем, в който и досега се разглеждаше в задължителната подготовка по математика в 11. клас.

В 10. клас с темата **Статистика и обработка на данни** продължава изучаването на елементите на вероятностите и статистиката. След постепенното разширяване на знанията и компетентностите на учениците в тази област в обучението от 5. до 9. клас, в 10. клас са застъпени две теми. Първата е наречена „Описателна статистика“ и можем да я считаме за увод в статистиката и запознаване с някои от базовите понятия на статистиката. Втората тема е посветена на изучаване на т.нар. централни тенденции.

Учебникът следва хронологията на учебната програма, при която еднозначно е определен редът на изучаваните глобални теми. Включен е и начален преговор за актуализиране и систематизиране на необходимите знания от 9. клас, както и годишен преговор за обобщаване и затвърждаване на знанията и уменията. Силен акцент е поставен върху аргументацията, анализа на условието на твърдението или задачата, обосноваването и строгото доказване на теоремите – необходимо условие за развиване на уменията на учениците за анализ, синтез и оценка на получените резултати.

Целта на авторския екип е учебникът да се ползва самостоятелно от учениците и по тази причина в теоретичната част на уроците са решени и подробно описани ключови задачи. Учителят би могъл да използва учебника като помагало при работката на отделните методически единици.

При развиването на математическата грамотност е необходимо да се акцентира на развиване на уменията на ученика да разчита и записва информация със символите на математиката и по нейните правила, т.е. да я преведе на математически език; да изпълнява точно и докрай процедури за изчисляване и сравняване; да оценява и проверява получените резултати; да избира и ползва адекватни методи, инструмен-

ти, помощни материали и технологии. Учебникът е ориентиран към развиване на математическите компетентности на учениците: математическо мислене и разсъждаване; аргументиране; комуникация на математически език; моделиране; решаване на математическа задача; представяне на математически обекти и ситуации.

При въвеждането на математическите понятия са спазени основните правила: разглеждане и наблюдение на достатъчен брой обекти, влизачи в обема на понятието; използване на житейския опит на учениците; запознаване със знание, в резултат на което учениците получават първична представа и разбиране за въвежданото понятие; отделяне на съществените признаци на разглежданото понятие; формулиране на точното определение на разглежданото понятие; въвеждане на символното означение; разкриване на връзките на новото понятие с вече изучените и показване на практическата приложимост на новото понятие.

По този начин се цели реализиране на последователните мисловни етапи: възприемане, получаване на представа, разбиране, осмисляне, запомняне, обобщение, систематизация и приложение.

За пръв път в нашата практика за 10. клас се предлага учебник по математика, структуриран по уроци. Разработени са 68 урока (включително и уроци за проверка и оценка на знанията) и са оставени 4 часа резерв, които да се използват по преценка на учителя. Спазено е препоръчителното процентно разпределение по видове уроци, съгласно учебната програма, видно в следната таблица:

	Н. зн.	Упр.	Обобщ.	Оцен.	Общо
Начален преговор			6	1	7
Ирационални изрази. Ирационални уравнения	5	2	1		8
Прогреси	10	3	1	1	15
Статистика и обработка на данни	2	1			3
Решаване на триъгълник	9	4	1	1	15
Елементи от стереометрията	9	4	1	1	15
Годишен преговор			3	1	4
Общо	35	14	13	5	67
Процент	52	22	19	7	

Уроците за нови знания са разработени на две или три страници, а уроците за упражнение – на една страница или на две страници. Преговорните уроци са в подходящ обем за осъществяването на целта на преговора (начален и годишен). Обобщителните уроци са на една или две страници и предхождат тестовете. Уроците за проверка и оценка на знанията представляват примерни тестове за самооценка на ученика. В края на учебника за всеки тест са предложени критерии за оценяване.

не. Учебникът съдържа обръщение към ученика и указания как да използва този учебник, както и кратко описание на рубриките. Има ясен апарат за ориентиране, като добре е отделено съдържанието за колективна работа в клас от съдържанието за самостоятелна работа на учениците, открити са определенията, правилата, теоремите.

В решените в уроците задачи е полезно да се фокусира вниманието на ученика върху вярното записване на решението на задача на математически език.

При разработването на учебното съдържание и най-вече на задачите, като основен компонент от учебното съдържание по математика, се акцентира върху следните важни функции и характеристики на съдържанието:

- Осъществяване на междупредметни връзки чрез задачи и проекти (физика, химия)
- Практическата приложимост и прагматичност на задачите и проектите
- Създаване на възможност за контрол и самооценка, както със съдържанието на учебника (голям брой задачи за самостоятелна работа), така и чрез включване на примерни тестове с посочена схема за оценяване.

За планиране на работата през учебната година учителят може да използва разработеното примерно годишно разпределение с предложени очаквани резултати по съответната тема (компетентности на ученика на ниво учебна програма), новите понятия за всеки урок, контекст и дейности на ученика по целите на урока и ресурси за осъществяването, възможни междупредметни връзки по теми, както и методи и форми на оценяване със съответния инструментариум.

Предложени са и разработки на различните видове уроци, както и тестове и контролни работи.

Надяваме се, че учебният комплект, включващ апарат за самооценка на общителните тестове и контролни работи, и настоящата книга ще бъде полезен за учителите и ще подпомогне работата им и съответно успеваемостта на учениците.

2. ПРИМЕРНИ МЕТОДИЧЕСКИ РАЗРАБОТКИ

ИРАЦИОНАЛНИ ИЗРАЗИ. ИРАЦИОНАЛНИ УРАВНЕНИЯ

Темата е разработена в 8 урока – 5 за нови знания, 2 за упражнение и 1 обобщителен урок.

В темата продължава изучаването на ирационални изрази, като се използват свойствата на квадратния корен. Затвърдяват се понятията дефиниционно множество (допустими стойности) и числена стойност на ирационален израз (функционална стойност). Припомня се преобразуването „рационализиране на числов ирационален израз“ и се преобразуват изрази, съдържащи променливи от вида

$$\frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} \text{ и } \frac{f(x)}{\sqrt{g(x)} \pm \sqrt{h(x)}}.$$

В тази тема продължава изучаването на понятието „уравнение“. Разглеждат се уравнения, в които неизвестното се среща под знака на квадратен корен – ирационални уравнения. Разглеждат се уравнения с един и с два радикала (без параметрични уравнения). Ученикът трябва да:

- знае понятията ирационален израз, дефиниционно множество, стойност на израз;
- умее да извършва тъждествени преобразувания на ирационални изрази, да рационализира изрази, съдържащи неизвестни;
- може да определя дефиниционното множество на ирационално уравнение;
- може да решава уравнения с един и с два радикала чрез повдигане на квадрат и извършване на проверка;
- може да решава чрез полагане уравнения, в които се срещат еднакви изрази;
- знае понятията *еквивалентни уравнения* и *уравнение следствие*.

УРОК 10

Ирационални уравнения с един квадратен радикал

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел

- Да се формират у учениците умения за решаване на прости ирационални уравнения.

Задачи на урока

1. Да се запознаят учениците с решаване на ирационално уравнение, като използват свойствата на квадратния корен.
2. Да се запознаят с понятието уравнение следствие.
3. Да осъзнаят, че проверката е съществена част от решението на ирационалното уравнение.

Указания към хода на урока

В началото на урока са припомнят свойствата на $\sqrt{f(x)}$:

$$f(x) \geq 0; \sqrt{f(x)} \geq 0 \text{ и } (\sqrt{f(x)})^2 = f(x).$$

Първо се разглеждат две уравнения от вида $\sqrt{ax+b} = c$ с $c > 0$ и $c < 0$.

След това се разглеждат уравнения, в които се получават допълнителни корени (уравнения от вида $\sqrt{ax+b} = cx+d$). Коментира се фактът, че се получават допълнителни корени. Въвежда се понятието уравнение следствие. Подчертава се, че проверката е задължителен елемент от решението на уравнението.

Накрая, ако има време, се коментира фактът, че в такива уравнения намирането на дефиниционното множество не е съществено, тъй като след повдигане на квадрат на $\sqrt{f(x)} = g(x)$ се получава уравнението $f(x) = g^2(x)$, корените на което винаги принадлежат на дефиниционното множество.

УРОК 14

Упражнение

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел

- Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на ирационални уравнения.

Задачи на урока

1. Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на ирационални уравнения с един и два квадратни радикала.
2. Да се затвърдят уменията за разпознаване на уравнения, в които е удобно да се направи полагане.
3. Да се затвърдят знанията за еквивалентни уравнения и уравнение следствие.

Указания към хода на урока

В началото може да се разгледа задача от домашната работа или просто уравнение (например зад. 1 от урока), която ученик да реши самостоятелно на класната дъска.

Следващите задачи се решават колективно, като първо се разискват стъпките за решаване на уравненията: полагане, повдигане на квадрат, еквивалентни преобразувания, проверка. Съответните пресмятания учениците извършват самостоятелно в тетрадките си, след това се записва на дъската и се обсъждат общо получените резултати.

УРОК 15

Дотук знаем

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел

- Да се систематизират знанията и уменията на учениците за решаване на ирационални уравнения.

Задачи на урока

1. Да се систематизират уменията на учениците за решаване на ирационални уравнения с един и два квадратни радикала.
2. Да се затвърдят уменията за избор на методи на решаване на ирационални уравнения – чрез намиране на дефиниционното множество, чрез повдигане на квадрат, чрез полагане.

Указания към хода на урока

Добре е урокът да започне с припомняне на свойствата на квадратните корени, които играят основна роля при решаването на ирационални уравнения.

Първите задачи са подходящи да покажете как без повдигане на квадрат може да се реши ирационално уравнение. Добре е, ако има време, да се реши и задача от вида $(x - 2)\sqrt{1 - x} = 0$.

След това се разглежда задача с два радикала, при която след повдигането на квадрат се получава корен, който не е корен на изходното уравнение. Тук е добре да се припомни понятието *уравнение следствие* и да се подчертае, че извършването на проверка е съществена част от решението на задачата.

Накрая на урока е добре да се напишат няколко уравнения, в които учениците да изберат израза, който да положат, и да решат едно или две от тези уравнения, в зависимост от времето, с което разполагат.

ПРОГРЕСИИ

Темата е разработена в 11 урока – 7 урока за нови знания, 3 упражнения и 1 обобщителен урок. В първия урок се въвеждат понятието *числова редица* и основните понятия, свързани с него – *член на числова редица*, *монотонност на редица*, *начини на задаване на редица*. В четири урока се разглеждат числови редици, които са аритметични прогресии. В четири урока се разглеждат геометрични прогресии. Два урока са отделени за комбинирани задачи, свързани с аритметични и геометрични прогресии и накрая на темата в два урока са направени приложения на прогресии за пресмятане на лихви, ренти, кредити и др.

Според програмата по математика за 10. клас след изучаването на този раздел учениците трябва да:

- получат знания за крайна и безкрайна числова редица, за номер на член на редицата, общ член, как се намира член на редицата по дадено правило (рекурентна връзка), как се изследва редицата за монотонност;
- знаят понятията аритметична и геометрична прогресия, да намират основни елементи, свързани с прогресии – формула за общия член, сбор на произволен брой членове на прогресията, да изследват прогресията за монотонност;
- умеят да решават комбинирани задачи за аритметична и геометрична прогресия;
- знаят понятието лихва и да умеят да прилагат знанията си за лихва в различни конкретни реални ситуации;
- разбират на конкретно ниво смисъла на кванторите „всяко“ и „съществува“.

При решаването на задачи, свързани с лихви, пресмятанията са много трудоемки. За да не се отклонява вниманието на учениците от същинската част на задачите, тези пресмятания могат да се извършват с калкулатор или на компютър с подходящ програмен продукт.

УРОК 19

Сбор на първите n члена на аритметична прогресия

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел

- Да се запознаят учениците с формулата за намиране сбора на първите n члена на аритметична прогресия.

Задачи на урока

1. Да се изведе формулата за намиране сбора на първите n члена на аритметична прогресия.
2. Да се формират умения за намиране на някой от елементите a_1 , d , S_n и n , ако са известни останалите.
3. Учениците да могат да прилагат знанията си за аритметична прогресия, като решават задачи от различни области, например от физиката.

Указания за хода на урока

Урокът може да започне, като на учениците се постави задачата за намиране на сбора на числата от 1 до 100, а след това за мотивация им се разкаже случката с малкия Гаус. Формулата може да се изведе, като се припомни задача 5 от предишния урок. Накрая формулата трябва да се запише на дъската в двата варианта. Преди да се пристъпи към прилагане на формулите, може да се предложи на учениците да разграничат случаите, в които се прилага единият или другият вариант.

Последователно се поставят за самостоятелна работа задачи за намиране на S_n в двата варианта $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n$ и $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$. В зависимост от възможностите на класа може да се решат няколко задачи за намиране на a_1 , d , S_n и n , ако са дадени някои от тези числа.

Накрая на урока с цел да се демонстрира приложимостта на знанията за аритметична прогресия, е добре да се разгледа задачата от равноускорително движение.

По преценка на учителя в зависимост от нивото на класа за домашна работа може да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 25

Комбинираны задачи от аритметична и геометрична прогресия

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел

- Да се затвърдят знанията за аритметична и геометрична прогресия, като се прилагат в по-сложни ситуации.

Задачи на урока

1. Да се затвърдят знанията за свойствата на аритметична и геометрична прогресия.

2. Да се формират умения за прилагане на свойствата на прогресиите в конкретни ситуации.

Указания за хода на урока

В началото на урока се припомнят дефинициите и свойствата на аритметична и геометрична прогресия.

След поставянето на първите две задачи се обсъжда избирането на неизвестните и съставянето на уравненията. Учениците самостоятелно решават получените уравнения. При решаването на втората задача може да се предложи тя да се реши по два начина: половината клас да изберат за неизвестни a_1 и d , а другата – a_1 и q . След решаването на задачата е добре да се коментират избраните подходи и да се направи извод в кои случаи кой от тях е за предпочитане.

Последните задачи се поставят за самостоятелно решаване, като отделни ученици излагат решенията си пред класа.

При съставянето на уравнения да се обърне внимание на необходимото и на достатъчното условие дадена редица да бъде аритметична или геометрична прогресия.

УРОК 29

Дотук знаем

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел

- Да се обобщят и систематизират знанията за прогресии.

Задачи на урока

1. Да се систематизират знанията за аритметична и геометрична прогресия.
2. Да се затвърдят уменията за намиране на различни елементи на прогресии, като се използват дефинициите и свойствата им.

Указания към хода на урока

Урокът започва с припомняне на основните свойства на прогресиите. Добре е да се покаже, че свойствата на геометрична прогресия са аналогични на свойствата на аритметична прогресия, като се разгледат паралелно съответните формули.

С първите две задачи се припомнят поотделно приложенията на свойствата на аритметична и геометрична прогресия. След това се решават комбинирани задачи, като учениците колективно избират неизвестните и съставят уравненията. Получените системи решават самостоятелно в тетрадките си.

СТАТИСТИКА И ОБРАБОТКА НА ДАННИ

Темата „Статистика и обработка на данни“ е продължение на изучаваните начални знания в тази област от 5. до 9. клас. Учебната програма по математика за 10. клас съдържа две подтеми – „Описателна статистика“ и „Централни тенденции“. Целта е да се разширят компетентностите на учениците в областта на вероятностите и статистиката. Темата е разработена в 3 урока, от които 2 урока са за нови знания и 1 за упражнение.

В учебната програма на МОН са отбелязани основните компетентности, които учениците трябва да придобият в резултат на изучаването на тази тема.

В резултат на обучението ученикът трябва:

- да знае понятията *генерална съвкупност* и *извадка*;
- да умее да намира мода, медиана и средноаритметично и да знае тяхното значение.

Заедно с това е необходимо да се овладее и присъщата терминология и нови понятия.

УРОК 31

Описателна статистика

Вид на урока: за нови знания.

Основни дидактически цели

- Запознаване с понятията *генерална съвкупност* и *извадка*.
- Разширяване на знанията на учениците за *графично представяне на данни*.

Задачи на урока

1. Да се въведат понятията *генерална съвкупност* и *извадка*.
2. Да се упражни разпознаването на *пристрастна* и *безпристрастна извадка*.
3. Да се интерпретира *графично представяне на данни* чрез *хистограма*.

Указания към хода на урока

В началото на урока на учениците трябва да се обясни, че събирането на статистически данни не е самоцелно, а те трябва да могат да се използват за правене на обосновани изводи за числови характеристики на множество от обекти или субекти. Подходящ пример за числова характеристика е средноаритметичното, което учениците познават. За генералната съвкупност трябва да се акцентира, че много често тя е прекалено голяма и за нея практически е невъзможно (трудоемко или скъпо) да се съберат данните от всички обекти. Така се обосновава и необходимостта от образуване на извадка – подмножество от генералната съвкупност. Може да се постави задача да се пресметне броят на различните извадки с големина, например 5, от множество с 10 различни елемента. Така се осъществява връзка с предишните знания за извадки, образувани чрез комбинации без повторение.

Съществено за процедурата за събиране на данни е тя да е *безпристрастна*.

В урока са дадени няколко примера. Важно е да се отбележи, че математическите изводи, които се правят от данни, се основават на безпристрастни извадки. Например средноаритметичното на подбрани по някакъв признак обекти изкривява истинската представа за средноаритметичното на цялата генерална съвкупност. Могат да се дадат и други прости примери, например със средния успех на подбрана група от ученици.

Представянето на данни включва новото понятие *вариационен ред*, което се използва съществено в следващите три урока. Разширяват се знанията на учениците за графично представяне на данни с понятието хистограма. Не се изисква на този етап учениците да построяват хистограма, а само да могат да я интерпретират.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 32

Централни тенденции – средноаритметично, медиана и мода

Вид на урока: за нови знания.

Основни дидактически цели

- Запознаване с мерките за централна тенденция *медиана* и *мода* на множество от данни.
- Актуализиране на знанията на учениците за средноаритметично.

Задачи на урока

1. Да се актуализира понятието *средноаритметично*, като се свърже с генерална съвкупност и извадка.
2. Да се въведат понятията *медиана* и *мода* и да се усвои начинът за тяхното пресмятане.
3. Да се интерпретират изброените понятия като мерки в генералната съвкупност и за извадката.

Указания към хода на урока

Урокът започва с познатото понятие *средноаритметично*. Същественото е не изчисляването, а интерпретацията на това число като типичен център на разпределението на данни. Препоръчително е да се обясни и направи разлика между средноаритметичното на генералната съвкупност и това на извадка от нея. За генералната съвкупност средноаритметичното е константа, защото в нея участват всички данни. За извадката това е число, зависещо от избраната извадка. При различни извадки се получават различни средноаритметични. Идеята за използване на средноаритметичното на извадка е да се постигне приближение на средноаритметичното на генералната съвкупност. Може да се даде пример за социологически проучвания.

Медианата се въвежда като алтернатива за средното на генерална съвкупност, когато данните не са симетрично разпределени. Пресмятането на медианата не бива да е основният акцент, по-важна е интерпретацията ѝ. Ролята на медианата на избрана извадка по отношение на генералната съвкупност е същата както на средноаритметичното – служи за приближение на медианата на генералната съвкупност. Тя е значително по-точно приближение, когато извадката е голяма.

Модата на извадка е с много ограничено приложение и не бива да ѝ се отделя голямо внимание.

За упражнения и самостоятелна работа се препоръчват най-вече задачи за средноаритметично, поради огромното приложение, което то има за практиката. Задачи с групирани данни също са полезни.

За домашна работа или за самостоятелни упражнения са подходящи задачите от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 33

Упражнение

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел

- Затвърдяване на знанията на учениците за използване на мерките за централна тенденция на извадки и на генерална съвкупност.

Указания към хода на урока

Упражнението е общо за уроците за нови знания от раздела. Основното внимание би трябвало да е към задачи за централна тенденция и по-специално за средноаритметично. Препоръчително е в задачите, които са в житейски контекст, да се акцентира на това, че данните са от извадка, а от учениците да се поиска да определят коя би могла да е генералната съвкупност, от която са взети. Отговорите могат да бъдат разнообразни и учителят трябва да обясни кои от тях са правилни.

Задачите са подредени по сложност и последните задачи може да са подходящи само за някои ученици.

По преценка на учителя за допълнителни упражнения или за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

РЕШАВАНЕ НА ТРИЪГЪЛНИК

Темата е разработена в 15 урока, от които 9 са за нови знания, 4 са за упражнение, 1 урок е обобщителен и 1 е примерен тест за самоконтрол и самооценка.

В темата се доразвиват уменията за решаване на триъгълник. Учениците познават метричните зависимости между отсечки в правоъгълен триъгълник от 9. клас и умеят да ги прилагат при решаване на правоъгълен триъгълник, равнобедрен триъгълник, равнобедрен и правоъгълен трапец и успоредник. В 10. клас те се запознават с тригонометричните функции на ъгли в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$, с техните свойства и с основните тригонометрични твърдения в интервала. Запознават се със синусовата и косинусовата теорема и придобиват компетентности за решаване на произволен триъгълник, като прилагат знания от тригонометрията при решаване на основните задачи. Знанията и уменията за решаване на произволен триъгълник се задълбочават чрез запознаване с формулите за медианите и за ъглополовящите в триъгълника, както и с формулите за намиране на лице на триъгълник.

Според учебната програма за 10. клас в резултат от изучаването на тази тема учениците трябва да овладеят понятието *тригонометрична окръжност*.

След изучаване на темата ученикът:

- знае определенията на основните тригонометрични функции и основните твърдения в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$;
- умее да намира стойностите на тригонометричните функции за някои специални ъгли, както и ъгъла по дадена стойност на функцията;
- знае и умее да прилага синусовата и косинусовата теорема за решаване на произволен триъгълник;
- знае и умее да прилага формулите за медианите и ъглополовящите в триъгълник;
- знае и умее да прилага формулите за намиране на лице на триъгълник;
- умее да преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор на подход за решаването на проблем.

Решените задачи дават пример за основните факти, свойства и методи за решаване, използвани в темата. По преценка на преподавателя задачите в рубриката „Опитайте сами“ могат да се използват както за самостоятелна или колективна работа в учебните часове, така и да бъдат задавани като домашна работа на учениците.

Ще представим няколко примерни методически разработки на характерни уроци от темата.

УРОК 38

Синусова теорема

Вид на урока: за нови знания.

Основни дидактически цели

- Да се запознаят учениците със синусовата теорема.
- Да се формират у учениците умения за прилагането ѝ за намиране на елементи на произволен триъгълник.

Задачи на урока

1. Да се формулира синусовата теорема.
2. Да се покаже приложение на свойствата на тригонометричните функции, метричните зависимости в правоъгълен триъгълник и връзките между ъгли и окръжност при доказателството на теоремата.
3. Да се формират у учениците умения за прилагане на синусовата теорема при различни комбинации от дадени елементи.

Указания към хода на урока

Целесъобразно е урокът да започне с актуализиране на знанията на учениците за метричните зависимости в правоъгълен триъгълник, за свойствата на тригонометричните функции и за връзките между ъгли в окръжност чрез фронтална беседа, след което да се формулира и докаже синусовата теорема.

В решените задачи в урока са разгледани основни възможности за прилагане на синусовата теорема в произволен триъгълник, като в задачите се работи с конкретни дължини на отсечки и мерки на специални ъгли.

Препоръчваме да се започне с разглеждане на задача 1, която да се реши колективно със записване на решението на дъската. Така учениците ще получат образец за подходящия начин за обосноваване и записване на решението.

По преценка на учителя задача 2 може да се даде за самостоятелна работа или също да се разглежда колективно.

Препоръчваме задача 3 да се решава изцяло колективно, като чрез свойствата на функцията синус се обоснове, че задачата има две решения.

По преценка на учителя част от задачите от рубриката „Опитайте сами“ могат да се решат в часа, а друга част да се оставят за домашна работа.

УРОК 40

Упражнение

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел

- Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на произволен триъгълник с помощта на синусовата теорема.

Задачи на урока

1. Да се затвърдят уменията на учениците за прилагане на синусовата теорема.
2. Да се усъвършенстват уменията на учениците за решаване на произволен триъгълник.

Указания към хода на урока

В началото на урока чрез фронтална беседа се припомнят формулировката на синусовата теорема, основните задачи за решаване на триъгълник чрез синусовата теорема, както и знанията за свойствата на тригонометричната функция синус и основното тригонометрично тъждество в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$.

Чрез задача 1 се затвърждават уменията на учениците за решаване на произволен триъгълник и за използване на първата основна задача от урок 40 в модифицирана ситуация, изискваща прилагане на тригонометрични преобразувания. По преценка на учителя, според нивото на класа, задачата може да се решава колективно или след обсъждане на метода и средствата за решаване да се възложи за самостоятелна работа в час.

Задача 2 може да се разработи от учителя на дъската или, след като учителят направи чертеж на дъската, чрез подходящо подбрани въпроси учениците да се насочат към основните зависимости, необходими за решението на задачата, след което самостоятелно да завършат решението. Ако повечето ученици в класа имат добра математическа подготовка, задачата може да се възложи за самостоятелна или групово работа. В този случай, накрая е добре с целия клас да се коментират резултатите от работата на отделните ученици или групи от ученици.

По същия начин може да се постъпи със задача 3. Ако задачата е решавана от учителя или с колективна работа, може за домашна работа на учениците да се възложи да решат задача 4 от рубриката „Опитайте сами“.

По преценка на учителя част от задачите от рубриката „Опитайте сами“ могат да се решат в часа, а друга част да се оставят за домашна работа.

УРОК 47

Дотук знаем

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел

- Да се обобщят и систематизират уменията на учениците за работа с тригонометричните функции в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$ и за решаване на произволен триъгълник.

Задачи на урока

1. Да се актуализират и обобщят знанията на учениците за прилагане на свойствата на тригонометричните функции в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$.
2. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за прилагане на синусовата теорема.
3. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за прилагане на косинусовата теорема.

4. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за решаване на произволен триъгълник.

5. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за намиране на медиани и ъглополовящи в триъгълник чрез прилагане на съответните формули.

6. Да се актуализират и обобщят знанията на учениците за намиране на лице на триъгълник.

Указания към хода на урока

Подходящо е урокът да започне с актуализиране на знанията за свойствата на тригонометричните функции в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$ чрез фронтална беседа и записване на основните свойства и тъждества на дъската.

След това може да се разгледа задача 1. В първата част от решението ѝ се затвърдяват знанията за основните тригонометрични тъждества, даващи връзка между ъгли със сбор 90° или 180° в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$. Усъвършенстват се уменията за оценяване на получен резултат при извода за дължините на страните на правоъгълника. Чрез втората част от решението на задача 1 се актуализират и задълбочават знанията на учениците за намиране на стойност на тригонометрична функция на даден ъгъл, ако е известна стойността на друга тригонометрична функция на същия ъгъл, като се вземат предвид свойствата на тригонометричните функции в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$. Също така, поддържат се и се развиват компетентностите за решаване на системи уравнения от втора степен с две неизвестни. Тъй като задачата изисква прилагане на знания и умения от различни теми, както и умение за тяхното подходящо комбиниране, учителят трябва да прецени дали задачата да се разгледа колективно, самостоятелно или да се прави колективно обсъждане на отделните фрагменти, а само завършването на решението да се остави за самостоятелна работа.

Преди разглеждането на задача 2 трябва да са актуализирани знанията за синусовата и косинусовата теорема, за формулите за лице на триъгълник и формулите за медианите, за свойството на ъглополовящата и за формулите за ъглополовящите в триъгълник. При актуализиране на знанията могат да се ползват дадените формули в учебника. И тук, както в задача 1, се изисква прилагането на разнообразни знания и умения. Затова учителят трябва да избере най-подходящата за конкретния клас методика за разглеждане на задачата. При класове с добра математическа подготовка е възможно задачата да се възложи за самостоятелна или групово работа. В други класове учителят може чрез подходящи въпроси да насочва учениците към откриване на закономерностите и основните задачи, необходими за прилагане в решението на задачата. Препоръчваме при този избор учителят да се стреми максимално да стимулира самостоятелното мислене и работа на учениците.

Решаването на задача 3 цели да се задълбочат знанията и да се усъвършенстват уменията на учениците за намиране на връзки и закономерности в геометричните фигури, както и да се развият компетентностите им да прилагат усвоените формули за медианите и формулите за намиране на лице на триъгълник и трапец в по-сложна ситуация. Препоръчваме задачата да бъде разработена от учителя на дъската, като чрез подходящи въпроси към класа, касаещи отделни етапи от решението, се стимулира и активното участие на учениците. По преценка на учителя част от задачите от рубриката „Опитайте сами“ могат да се оставят за домашна работа, а останалите могат да послужат на учениците за самостоятелна подготовка.

ЕЛЕМЕНТИ ОТ СТЕРЕОМЕТРИЯТА

Темата е разработена в 15 урока, от които 9 урока за нови знания, 4 за упражнение, 1 за обобщение и 1 за контрол и оценка.

Вече беше споменато, че темата е продължение на изучаваните в 5. и 6. клас начални знания по стереометрия. Целта е усвоените знания по планиметрия да могат да бъдат приложени при намирането на основните елементи на телата, които учениците познават от предходните класове.

В програмата по математика за 10. клас са отбелязани основните компетентности, които учениците трябва да придобият в резултат на изучаването на тази тема.

Ученикът:

- знае основните начини за определяне на равнина в пространството;
- умее да намира линеен ъгъл на двустенен ъгъл;
- знае взаимните положения на две прави в пространството;
- умее да намира ъгъл между две кръстосани прави;
- умее да намира елементи на права призма, пирамида, цилиндър, конус, сфера и кълбо;
- умее да намира лице на повърхнина и обем на права призма, пирамида, цилиндър, конус, сфера и кълбо;
- разбира на конкретно ниво смисъла на кванторите „за всяко“ и „съществува“;
- разбира на конкретно ниво понятията „необходимо условие“, „достатъчно условие“ и „необходимо и достатъчно условие“ и умее да ги прилага адекватно при конкретна ситуация;
- умее да конкретизира общовалидно твърдение и обосновава невярност на твърдение с контра пример;
- умее да образува на конкретно ниво отрицание на съждение;
- може да преценява вярност, рационалност и целесъобразност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

Заедно с това е необходимо учениците да овладеят и присъщата терминология и нови понятия.

В разработването на темата се открояват две части. Първата е посветена на така наречената обща част на стереометрията – взаимното положение на обектите в пространството, дефинирането и намирането на ъгли и разстояния. Системното изложение на тази твърде обемна и сложна част от стереометрията, което в продължение на много години беше възприето у нас, изисква твърде много учебно време, трудно е за учениците и не е подходящо за задължителната подготовка. Затова и в програмата е приет различен подход. Формулирани са четири теми от общата част, в центъра на които е взаимното положение на обектите, и заедно с това се коментират важните за практиката възможности за намиране на ъгли и разстояния. Разработките на темите в учебника са максимално кратки, почти не се срещат доказателства. Всички свойства са илюстрирани с примери на изучавани и добре познати тела – куб, правоъгълен паралелепипед, права призма и пирамида. Навсякъде акцентът е поставен върху практическите задачи – намирането на различни основни елементи на познатите тела. Втората част е посветена на едно

обобщение, вече през призмата на изученото в първата част, на знанията за основните ръбести и валчести тела – права призма, пирамида, цилиндър, конус, сфера и кълбо. Тук акцентът е поставен върху намиране на основните елементи на телата (отсечки и ъгли) и пресмятане на важните им за практиката характеристики – лице на повърхнина и обем.

При работата с учебния комплект не бива да се пропускат възможностите, които дава е-учебникът за по-добрата организация на учебния процес, за онагледяване и анализиране на типични геометрични конструкции и, разбира се, като резултат постигане на по-добро разбиране и по-успешно усвояване на темите.

Ще представим няколко примерни методически разработки на характерни уроци от темата.

УРОК 52

Ортогонално проектиране. Ъгъл между права и равнина

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел

- Да се запознаят учениците с ортогоналното проектиране и важните му приложения (разстояние от точка до равнина и ъгъл между права и равнина).

Задачи на урока

1. Да се даде определение на ортогонално проектиране и да се коментират важните приложения.
2. Да се даде определение на ъгъл между права и равнина.
3. Да се формират първоначални умения у учениците за намиране на разстояние от точка до равнина и на ъгъл между две равнини.

Указания към хода на урока

Целесъобразно е урокът да започне с определение на понятието *ортогонално проектиране*. След като се въведе присъщата терминология, е необходимо формалната дефиниция да се илюстрира и с примери в познати тела – например куб, както е направено в учебника. Учителят може да разшири примерите, като използва и други познати на учениците конструкции в правоъгълен паралелепипед, права призма и др. След това трябва да се даде определение на разстояние от точка до равнина и на разстояние от права, успоредна на равнина, до равнината. Целесъобразно е да се дадат примери във вече разгледаните тела. Работата продължава с разглеждането на свойството на равните наклонени (зад. 1). Тук е важно да се отбележи, че твърдението всъщност е необходимо и достатъчно условие (права и обратна теорема).

По втората точка от урока, след като се даде определението за ъгъл, следва да се разгледа важната задача за връзката между дължината на отсечка и дължината на проекцията ѝ върху равнина (зад. 2).

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 57

Упражнение

Вид на урока: за упражнение.

Основни дидактически цели

- Да се затвърдят знанията на учениците за права призма и пирамида.
- Да се усъвършенстват уменията им да откриват подходящите триъгълници за намиране на елементите на телата (да декомпозират стереометричната задача на планиметрични задачи).

Задачи на урока:

1. Да се затвърдят знанията на учениците за права призма и пирамида.
2. Да се усъвършенстват уменията им да откриват подходящите триъгълници за намиране на елементите на телата (декомпозирането на стереометричната задача).
3. Да се усъвършенстват уменията им за решаването на съответните планиметрични задачи.

Указания към хода на урока

Тъй като упражнението е общо за двата урока „Права призма“ и „Пирамида“, в учебника подробно са разработени три характерни задачи – за правоъгълен паралелепипед с използване на диагоналното сечение, за пирамида с равни околни ръбове и за правилна пирамида. В зависимост от възможностите на учениците учителят може да разработи в час трите задачи или част от тях, или да използва някои по-лесни задачи от рубриката „Опитайте сами“.

Независимо от избора на задачи във всички случаи най-важната част от коментара по всяка задача е откриването на равнинните подзадачи. Във всички случаи е необходимо да се подчертае, че решението на една стереометрична задача се свежда до решаването на равнинни фигури (най-често триъгълници), които обикновено лежат в различни равнини. Ако учителят прецени, че е необходимо, добре е тези фигури да се „изнасят“ от стереометричния чертеж, за да може ученикът да ги види и да ги разпознае.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 62

Дотук знаем

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел

- Да се обобщят знанията на учениците за изучаваните тела. Да се усъвършенстват уменията им да свеждат стереометричната задача до подходящи планиметрични задачи.

Задачи на урока

1. Да се усъвършенстват уменията на учениците да намират елементи на права призма.
2. Да се усъвършенстват уменията на учениците да намират елементи на пирамида.
3. Да се усъвършенстват уменията на учениците да намират елементи на ротационно тяло.

Указания към хода на урока:

Урокът може да започне с кратко актуализиране на знанията за изучаваните тела. В урока (в учебника) подробно са решени три характерни задачи за права призма, пирамида с перпендикулярен на основата околел рѳб и ротационно тяло, получено от въртенето на триъгълник около ос.

В първата задача трябва да се обърне специално внимание на построяването на линейния на двустенния ѳгъл. След като задачата е сведена до решаването на два правоъгълни триъгълника, довършването на решението може да се остави за самостоятелна работа на учениците.

Във втората задача същественият момент е доказателството, че $\sphericalangle DAM$ е линейният на двустенния.

Трета задача, както всички задачи за ротационни тела, провокира пространственото мислене на учениците. Добре е да се използва подходяща анимация, за да се улеснят учениците (вж. електронния учебник).

Както и при предходните упражнения, са възможни два варианта за реализиране на урока. Първият е да се разработят с учениците решените в учебника задачи и вторият, ако учителят прецени, че те са сложни, да се разработят с класа подходящи задачи от рубриката „Опитайте сами“.

При анализирането на всички задачи, както беше отбелязано и по-горе, най-същественият момент е откриването на подходящите равнинни фигури, които трябва да се решат, т.е. свеждането на пространствената задача до планиметрична задача.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

3. ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА НА ЗНАНИЯТА И УМЕНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ

Проверката и оценката на знанията на учениците е важна съставна част от обучението по математика. Целта е да се провери доколко учениците са постигнали очакваните резултати от обучението в областите на компетентност и връзката им с отделните ключови компетентности съгласно държавния образователен стандарт за общообразователната подготовка (Наредба № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка).

Специфични методи и форми за оценяване постиженията на учениците:

Устно изпитване – оценяват се мнението и аргументите на ученика при решаването на конкретна математическа задача.

Писмено изпитване – оценява се постигането на стандартите чрез кратки писмени индивидуални или групови изпитвания.

Контролни и класни работи – оценява се постигането на стандартите за по-големи обособени фрагменти от учебното съдържание (в края на раздел, в края на учебния срок).

Практическа работа – изпълнение на домашна работа, разработка на проект и др.

За да бъде обучението на учениците ефективно, е необходимо да се установи входното ниво, т.е. доколко учениците са готови за успешно обучение по математика в 10. клас. Чрез системния контрол учителят има възможност да получава обратна информация за това доколко учениците усвояват необходимите знания и умения и какви затруднения срещат. Това дава възможност за избор на подходящи подходи и методика съобразени с възможностите на учениците.

В програмата по математика за 10. клас се препоръчват следните съотношения от различните видове оценявания при формиране на срочната и годишната оценка:

Текущи оценки (от устни, от писмени, от практически изпитвания)	25%
Оценки от контролни и от класни работи.....	50%
Оценки от други участия (работа в час, изпълнение на домашни работи, работа по проекти и др.).....	25%

Вече беше споменато, че текущият контрол (контролните работи) е залегнал в структурата на учебника. Всяка тема завършва с обобщителен урок по темата, като в повечето теми той е последван от урок, озаглавен „Можем ли сами“. С тези уроци са маркирани контролните работи, а задачите, дадени в тях са предназначени за предварително запознаване на учениците с един примерен тест. Двете класни работи са планирани в разпределението и може да съвпадат с контролните. За подготовка на класните работи се предлага да се използват част от резервните часове. Само темата „Статистика и обработка на данни“ не завършва с тест.

Учителят трябва да избере какъв тип задачи ще използва при проверка и оценка на знанията. Ние предлагаме да се използват комбинирани тестове в които да залегнат основно три типа задачи: задачи със избираем отговор (с 4 алтернативи), задачи с кратък свободен отговор (отговор число) и задачи с разширен свободен отговор (обичайният формат, в който проследяваме всички разсъждения на учениците). Първите два вида задачи са подходящи, когато проверяваме доколко са усвоени основните алгоритми. Считаме, че с оглед все по-широкото използване на тестове с въпроси с избираем отговор, такъв тип въпроси трябва да намерят място в практиката на учителя, без разбира се да се абсолютизира тяхната роля.

Тук предлагаме за всяка тема по два равностойни варианта на тест, който съответства на тестовите, предложени в темите „Можем ли сами“ в учебника. Тестовите са предвидени за един учебен час и са съставени от различен брой задачи от трите вида, в зависимост от учебното съдържание. Например тестът за установяване на входното ниво на учениците се състои от 11 задачи: 4 задачи с избираем отговор, 4 задачи с кратък свободен отговор и 3 задачи с разширен свободен отговор, а заключителният тест включва 9 задачи – 3 с избираем отговор, 4 с кратък свободен отговор и 3 с разширен свободен отговор. В учебника при отговорите на тестовите е дадена и схемата, по която се оценяват решенията на задачите. Там е описана и схемата за оценяване при задачите с разширен свободен отговор. Понеже тестовите са с различен брой задачи, оценяването е различно, като общото е, че максималният брой точки за всеки тест е 40. Както и в предходните учебници, за да може ученикът сам да оцени възможностите си, в учебника е предложена и една качествена оценка на постиженията. Постигане под 20 т. съответства на „Имаш много сериозни пропуски!“, постигане от 21 до 30 т. – „Добре, но може още по-добре!“ и постигане от 31 до 40 т. – „Браво! Много добре се справиш!“.

Тази качествена оценка не съответства точно на обичайната скала за оценяване от 2 до 6, но е достатъчно добра за самооценка и дава представа за постиженията на учениците.

Предложената схема за оценяване, както и тестовите, са примерни и учителят може да ги променя в зависимост от спецификата на класовете, с които работи. Надяваме се, че предложените тестове ще помогнат на учителя да усъвършенства работата си.

4. ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

ВХОДНО НИВО

Тест 1

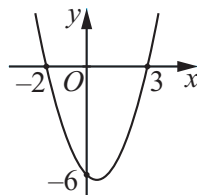
В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 5 до 8 се иска да се запише само отговорът.

Задачи от 9 до 11 трябва да се опишат подробно.

1. Дефиниционното множество на функцията $f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{x+1}}$ е:
- а) $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$; б) $(-1; 3]$; в) $[-1; 3]$; г) $(-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$.

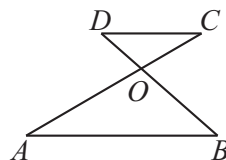
2. На фиг. 1 е начертана графиката на функцията:
- а) $y = x^2 + x - 6$; б) $y = -x^2 - x + 6$;
в) $y = x^2 - x - 6$; г) $y = -x^2 + x + 6$.



Фиг. 1

3. Решението на неравенството $2x^2 - 5x - 3 > 0$ е:
- а) $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (3; +\infty)$; б) $(-\frac{1}{2}; 3)$;
в) $(-3; \frac{1}{2})$; г) $(-\infty; -3) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$.

4. На фиг. 2 $AB \parallel CD$ и $OC:AC = 2:5$. Намерете дължината на CD , ако $AB = 45$ cm.
- а) 36 cm; б) 30 cm; в) 18 cm; г) 15 cm.



Фиг. 2

5. Намерете $\cos \alpha$, ако $\operatorname{tg} \alpha = 2$.
6. Решете системата
$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$$
.
7. Решете неравенството $\frac{2x^2 + 6x}{x + 3} < 2$.
8. В урна има 7 червени и 4 бели топки. Вадим, без да гледаме, 5 топки. Каква е вероятността точно 3 от тях да са червени?
9. Решете системата
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy - x - y = -1 \end{cases}$$
.
10. В правоъгълен $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{5}$ и $\operatorname{tg} \sphericalangle CAB = \frac{1}{2}$. Намерете медианата през върха B на триъгълника.
11. В равнобедрен триъгълник ABC $AB = 6$ cm, $AC = BC = 9$ cm. Допирните точки на вписаната в триъгълника окръжност с бедрата на триъгълника са M и N . Намерете дължината на отсечката MN .

ВХОДНО НИВО

Тест 2

В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 5 до 8 се иска да се запише само отговорът.

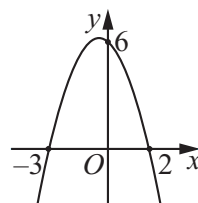
Задачи от 9 до 11 трябва да се опишат подробно.

1. Дефиниционното множество на функцията $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+3}}$ е:

- а) $(-3; 1]$; б) $(-\infty; -3) \cup [1; +\infty)$;
в) $[-3; 1]$; г) $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

2. На фиг. 1 е начертана графиката на функцията:

- а) $y = -x^2 + x + 6$; б) $y = x^2 + x - 6$;
в) $y = x^2 - x - 6$; г) $y = -x^2 - x + 6$.



Фиг. 1

3. Решението на неравенството $3x^2 + 5x - 2 < 0$ е:

- а) $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (2; +\infty)$; б) $(-2; \frac{1}{3})$;
в) $(-\frac{1}{3}; 2)$; г) $(-\infty; -2) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$.

4. На фиг. 2 $AB \parallel CD$ и $AO:AC = 2:3$. Намерете дължината на CD , ако $AB = 48$ cm.

- а) 12 cm; б) 16 cm; в) 24 cm; г) 32 cm.

5. Намерете $\sin \alpha$, ако $\cotg \alpha = 3$.

6. Решете системата $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 4y = 6 \end{cases}$.

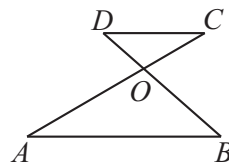
7. Решете неравенството $\frac{2x^2 - 4x}{x - 2} > 2$.

8. В урна има 4 червени и 7 бели топки. Вадим, без да гледаме, 5 топки. Каква е вероятността точно 3 от тях да са червени?

9. Решете системата $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy + x + y = -1 \end{cases}$.

10. В правоъгълен $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{13}$ и $\tg \sphericalangle CAB = \frac{2}{3}$. Намерете медианата през върха B на триъгълника.

11. В равнобедрен триъгълник ABC $AB = 4$ cm, $AC = BC = 8$ cm. Допирните точки на вписаната в триъгълника окръжност с бедрата на триъгълника са M и N . Намерете дължината на отсечката MN .



Фиг. 2

ИРАЦИОНАЛНИ УРАВНЕНИЯ И ПРОГРЕСИИ

Тест 1.

В задачи от 1 до 5 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задача 6 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 7 и 8 трябва да се опишат подробно.

1. Множеството от допустими стойности на израза $A = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-1}} + \frac{3}{2-x}$ е:
- а) $x \in (2; +\infty)$; б) $x \in [2; +\infty)$;
в) $x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$; г) $x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$.
2. Стойността на израза $A = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}$ при $x = 2$ е:
- а) $2\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{3}$; в) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; г) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$.
3. Сборът на корените на уравнението $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x^2 - 4} = 0$ е:
- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.
4. Коя от редиците с общ член a_n не е монотонна?
- а) $a_n = 5n + 2$; б) $a_n = 2^n$; в) $a_n = -2^{n+1}$; г) $a_n = 3 \cdot (-2)^n$.
5. Четвъртият член на аритметична прогресия е 2. Сборът на първите седем члена е:
- а) 4; б) 7; в) 14; г) не може да се определи.
6. Намерете корените на уравнението $3\sqrt{6+x-x^2} + 2 = 4x$.
7. Решете уравнението $\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 3\sqrt{\frac{x}{2+x}} = 4$.
8. Числата 1, x , y , взети в този ред, образуват намаляваща аритметична прогресия, а числата 1, y и $x+7$, взети в този ред, образуват геометрична прогресия. Намерете числата x и y .

ИРАЦИОНАЛНИ УРАВНЕНИЯ И ПРОГРЕСИИ

Тест 2.

В задачи от 1 до 5 точно един от дадените четири отговора е верен.
 За задача 6 се иска да се запише само отговорът.
 Задачи 7 и 8 трябва да се опишат подробно.

1. Множеството от допустими стойности на израза $A = \sqrt{\frac{1-x}{x^2-4}} + \frac{3}{x-1}$ е:
 а) $x \in (2; +\infty)$; б) $x \in (1; 2)$;
 в) $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; г) $x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2)$.
2. Стойността на израза $A = \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x+2}}$ при $x = 4$ е:
 а) 1; б) -2; в) 3; г) 4.
3. Броят на корените на уравнението $(x^4 - 5x^2 + 4)\sqrt{1-x} = 0$ е:
 а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.
4. Коя от редиците с общ член a_n не е намаляваща?
 а) $a_n = 1 - 5n$; б) $a_n = 2^n$; в) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$; г) $a_n = -2^n$.
5. Броят на членовете на крайната геометрична прогресия 16, 32, 64, ..., 2^{99} е:
 а) 96; б) 97; в) 98; г) 100.
6. Числата a_1 , a_2 и a_3 образуват геометрична прогресия. Ако $a_1 a_3 = 4$ и $a_2 - a_1 = 1$, намерете числата a_1 , a_2 и a_3 .
7. Решете уравнението $\sqrt{1 - \frac{3}{x}} + 2\sqrt{\frac{x}{x-3}} = 3$.
8. Числата x , y , 4 взети в този ред, образуват намаляваща геометрична прогресия, а числата 4, y и $x - 1$, взети в този ред, образуват аритметична прогресия. Намерете числата x и y .

РЕШАВАНЕ НА ТРИЪГЪЛНИК

Тест 1

В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 5 до 8 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 9 и 10 трябва да се опишат подробно.

1. Ако $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, то стойността на $\operatorname{tg} \alpha$ е:
- а) $-\sqrt{2}$; б) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $\sqrt{2}$.
2. Пресметнете $\sin 60^\circ \cos 120^\circ - \sin 135^\circ \cos 135^\circ + \sin 120^\circ \cos 60^\circ$:
- а) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $-\frac{1}{2}$.
3. Две от страните на триъгълник са 4 cm и 8 cm, а ъгълът, заключен между тях е 120° . Дължината на третата страна е:
- а) $4\sqrt{3}$ cm; б) $4\sqrt{7}$ cm; в) 48 cm; г) 112 cm.
4. Страните на триъгълник са 4 cm, 6 cm и 8 cm. Дължината на медианата към най-голямата страна е:
- а) $\sqrt{10}$ cm; б) $\sqrt{40}$ cm; в) 10 cm; г) 40 cm.
5. Намерете страната b в триъгълник, ако $a = 12$ cm, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ и $\cos \beta = \frac{\sqrt{21}}{5}$.
6. Даден е $\triangle ABC$, в който $AC = 8$ cm, $BC = 6$ cm и ъглополовящата $CL = 6$ cm. Намерете AB .
7. Две от страните на триъгълник са 8 cm и 5 cm, а ъгълът, заключен между тях, е 60° . Намерете дължината на височината към третата страна.
8. Даден е $\triangle ABC$, в който $AB = 7$, $BC = 5$ и $AC = 8$. Точката P лежи върху страната AC и $AP = 3$. Намерете дължината на отсечката BP .
9. Даден е $\triangle ABC$, в който $AB = 3$, $BC = 5$ и медианата $BM = 2\sqrt{2}$. Намерете лицето на триъгълника и радиуса на вписаната в него окръжност.
10. Трапец $ABCD$ с основа $AB = 7$ cm е вписан в окръжност. Ако $AC = 4\sqrt{2}$ cm и $\operatorname{tg} \angle BAC = 1$, намерете периметъра на трапеца и радиуса на описаната окръжност.

РЕШАВАНЕ НА ТРИЪГЪЛНИК

Тест 2

В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 5 до 8 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 9 и 10 трябва да се опишат подробно.

1. Ако $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, то стойността на $\cot \alpha$ е:
- а) $-\sqrt{2}$; б) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $\sqrt{2}$.
2. Пресметнете $\sin 30^\circ \cos 150^\circ + \sin 45^\circ \cos 135^\circ + \sin 150^\circ \cos 30^\circ$:
- а) $-\frac{1}{2}$. б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$;
3. Две от страните на триъгълник са 4 cm и 6 cm, а ъгълът, заключен между тях, е 60° . Дължината на третата страна е:
- а) $2\sqrt{7}$ cm; б) $2\sqrt{19}$ cm; в) 28 cm; г) 76 cm.
4. Страните на триъгълник са 4 cm, 6 cm и 8 cm. Дължината на медианата към най-малката страна е:
- а) $\sqrt{10}$ cm; б) $\sqrt{46}$ cm; в) 10 cm; г) 46 cm.
5. Намерете страната b на триъгълник, ако $a = 6$ cm, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ и $\cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
6. Даден е $\triangle ABC$, в който $AC = 12$ cm, $BC = 9$ cm и ъглополовящата $CL = 4\sqrt{6}$ cm. Намерете AB .
7. Две от страните на триъгълник са 8 cm и 3 cm, а ъгълът, заключен между тях, е 60° . Намерете дължината на височината към третата страна.
8. Даден е $\triangle ABC$, в който $AB = 7$, $BC = 3$ и $AC = 8$. Точката P лежи върху страната AC и $AP = 5$. Намерете дължината на отсечката BP .
9. Даден е $\triangle ABC$, в който $AB = 7$, $BC = 5$ и медианата $BM = 2\sqrt{7}$. Намерете лицето на триъгълника и радиуса на вписаната в него окръжност.
10. Трапец $ABCD$ с основа $AB = 10$ cm е вписан в окръжност. Ако $AC = 3\sqrt{5}$ cm и $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{1}{2}$, намерете периметъра на трапеца и радиуса на описаната окръжност.

ЕЛЕМЕНТИ ОТ СТЕРЕОМЕТРИЯТА

Тест 1

В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.
За задачи 5 и 6 се иска да се запише само отговорът.
Задачи 7 и 8 трябва да се опишат подробно.

1. Основните ръбове на правоъгълен паралелепипед са 5 cm и 4 cm. Ако диагоналът на паралелепипеда е $5\sqrt{2}$ cm, лицето на повърхнината му е:
 а) 47 cm^2 ; б) 94 cm^2 ; в) $2(20 + 45\sqrt{3}) \text{ cm}^2$; г) $(20 + 45\sqrt{3}) \text{ cm}^2$.
2. В правилна четириъгълна пирамида основният ръб има дължина 6 cm. Ако околният ръб сключва с равнината на основата ъгъл 60° , обемът на пирамидата е:
а) $108\sqrt{6} \text{ cm}^3$; б) $108\sqrt{3} \text{ cm}^3$; в) $36\sqrt{6} \text{ cm}^3$; г) $36\sqrt{3} \text{ cm}^3$.
3. Диаметърът на основата на прав кръгов цилиндър е 10 cm. Ако диагоналет на осното сечение на цилиндъра сключва с равнината на основата ъгъл 60° , лицето на повърхнината му е:
а) $100\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2$; б) $50\pi(1 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$; в) $200\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2$; г) $200\pi(1 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$.
4. Диаметърът на прав кръгов конус е 12 cm, а образувачата му сключва с равнината на основата ъгъл 45° . Обемът на конуса е:
а) $72\pi \text{ cm}^3$; б) $216\pi \text{ cm}^3$; в) $288\pi \text{ cm}^3$; г) $864\pi \text{ cm}^3$.
5. Основата на триъгълна пирамида $ABCD$ е правоъгълният триъгълник ABC с хипотенуза $AB = 6 \text{ cm}$ и $\sphericalangle BAC = 30^\circ$. Ръбът DC е перпендикулярен на равнината (ABC) . Намерете обема на пирамидата, ако $CD = 4\sqrt{3} \text{ cm}$.
6. Правоъгълен триъгълник с катети 3 cm и 4 cm се върти около по-големия си катет. Намерете лицето на повърхнината на полученото ротационно тяло.
7. Основата на четириъгълна пирамида $ABCDM$ е правоъгълник със страни $AB = 8 \text{ cm}$ и $AD = 6 \text{ cm}$. Околният ръб DM е перпендикулярен на равнината на основата и има дължина 8 cm. Намерете лицето на повърхнината на пирамидата.
8. В равностранен триъгълник със страна 6 cm е вписана окръжност. Получената фигура е завъртяна около симетралата на страна на триъгълника. Намерете отношението на лицето на получената сфера и лицето на околната повърхнина на получения конус.

ЕЛЕМЕНТИ ОТ СТЕРЕОМЕТРИЯТА

Тест 2

В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи 5 и 6 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 7 и 8 трябва да се опишат подробно.

- Основните ръбове на правоъгълен паралелепипед са 3 cm и 6 cm. Ако диагоналът на паралелепипеда е $\sqrt{70}$ cm, лицето на повърхнината му е:
 а) 63 cm^2 ; б) 126 cm^2 ; в) $2(18 + 7\sqrt{70}) \text{ cm}^2$; г) $(18 + 7\sqrt{70}) \text{ cm}^2$.
- Обемът на правилна четириъгълна пирамида с основен ръб 6 cm и двустенен ъгъл при основата 60° е:
 а) $36\sqrt{3} \text{ cm}^3$; б) $36\sqrt{6} \text{ cm}^3$; в) $108\sqrt{3} \text{ cm}^3$; г) $108\sqrt{6} \text{ cm}^3$.
- Диаметърът на основата на прав кръгов цилиндър е 12 cm. Ако диагоналът на основното сечение на цилиндъра сключва с равнината на основата ъгъл 30° , лицето на повърхнината му е:
 а) $48\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2$; б) $96\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2$; в) $24\pi(3 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$; г) $96\pi(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$.
- Диаметърът на прав кръгов конус е 18 cm, а образуващата му сключва с равнината на основата ъгъл 60° . Обемът на конуса е:
 а) $27\pi \text{ cm}^3$; б) $81\pi \text{ cm}^3$; в) $243\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$; г) $729\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$.
- Основата на триъгълна пирамида $ABCD$ е правоъгълният триъгълник ABC с хипотенуза $AB = 8$ cm и $\angle BAC = 60^\circ$. Ръбът DC е перпендикулярен на равнината (ABC) . Намерете обема на пирамидата, ако $CD = 6\sqrt{3}$ cm.
- Правоъгълен триъгълник с катети 3 cm и 4 cm се върти около по-малкия си катет. Намерете лицето на повърхнината на полученото ротационно тяло.
- Основата на четириъгълна пирамида $ABCDM$ е правоъгълник със страни $AB = 12$ cm и $AD = 5$ cm. Околният ръб DM е перпендикулярен на равнината на основата и има дължина 12 cm. Намерете лицето на повърхнината на пирамидата.
- Около равноностранен триъгълник със страна 8 cm е описана окръжност. Получената фигура е завъртяна около симетралата на страна на триъгълника. Намерете отношението на лицето на получената сфера и лицето на околната повърхнина на получения конус.

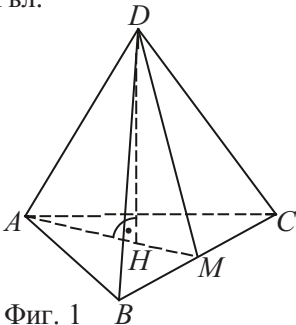
ГОДИШЕН ПРЕГОВОР

Тест 1

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от до 7 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 8 и 9 трябва да се опишат подробно.

1. Множеството от допустими стойности на израза $A = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}} + \sqrt{x \cdot \frac{x+1}{1-x}}$ е:
- а) $x \in (-1; 0]$; б) $x \in [0; 1]$;
 в) $x \in (-\infty, -1] \cup (0; 1)$; г) $x \in (-1; 1]$.
2. Частното на геометрична прогресия е 2. Изразът $\frac{a_8}{a_5} - \frac{a_6}{a_4}$ е равен на:
- а) 0; б) 2; в) 4; г) не може да се определи.
3. Страните на триъгълник са 6 cm, 4 cm и 8 cm. Тангенсът на най-големия ъгъл на триъгълника е:
- а) $-\sqrt{15}$; б) $-\frac{1}{4}$; в) $-\frac{\sqrt{15}}{15}$; г) $\frac{\sqrt{15}}{4}$.
4. Намерете корените на уравнението $\sqrt{3x^2 + 12x + 1} - \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 1$.
5. Правоъгълен триъгълник има катет 4 cm и медиана към хипотенузата $\sqrt{20}$ cm. Намерете дължината на ъглополовящата на правия ъгъл.
6. В една фирма работят седем работници със заплата 640 лв., двама специалисти със заплата 800 лв. и един управител със заплата 2400 лв. Колко от работещите получават заплата по-ниска от средната?
7. В правилна триъгълна пирамида околният ръб е 12 cm и сключва ъгъл 60° с основата. Намерете обема на пирамидата (фиг. 1).
- 
- Фиг. 1
8. Числата 1, a , b , взети в този ред, образуват растяща аритметична прогресия, а числата 1, $a-1$ и $b-1$, взети в този ред, образуват геометрична прогресия. Намерете числата a и b .
9. Триъгълник ABC със страна $BC = 10$ и $\sphericalangle ACB = 120^\circ$ е вписан в окръжност с радиус $\frac{14\sqrt{3}}{3}$. Намерете лицето на триъгълника.

ГОДИШЕН ПРЕГОВОР

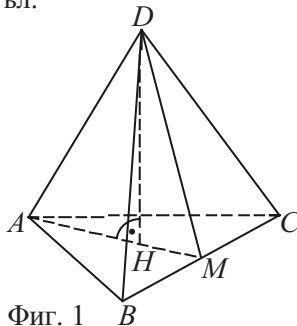
Тест 2

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 4 до 7 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 8 и 9 трябва да се опишат подробно.

1. Множеството от допустими стойности на израза $A = \sqrt{x \frac{2-x}{x+2}} + \sqrt{\frac{x+2}{2-x}}$ е:
- а) $x \in (-2; 0]$; б) $x \in [0; 2]$;
в) $x \in (-\infty, -2] \cup [0; 2]$; г) $x \in [-2; 2]$.
2. Разликата на аритметична прогресия е 2. Изразът $a_6 - 2a_3 + a_1$ е равен на:
- а) 0; б) 2; в) 4; г) не може да се определи.
3. Страните на триъгълник са 3 cm, 7 cm и 8 cm. Тангенсът на най-големия ъгъл на триъгълника е:
- а) $-4\sqrt{3}$; б) $-\frac{1}{7}$; cm; в) $-\frac{\sqrt{3}}{12}$; г) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$.
4. Намерете корените на уравнението $\sqrt{3x + \frac{12}{x} + 1} - \sqrt{x + \frac{4}{x} - 1} = 2$.
5. Правоъгълен триъгълник има катет 6 cm и медиана към хипотенузата $\sqrt{10}$ cm. Намерете дължината на ъглополовящата на правия ъгъл.
6. В една фирма работят седем работници със заплата 650 лв., двама специалисти със заплата 810 лв. и един управител със заплата 2400 лв. Колко от работещите получават заплата по-ниска от средната?
7. В правилна триъгълна пирамида апотемата е 12 cm, а околната стена сключва ъгъл 60° с основата. Намерете обема на пирамидата. (фиг. 1).



Фиг. 1

5. ОТГОВОРИ НА ТЕСТОВЕТЕ

Входно ниво

Тест 1.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 2 точки. Всеки верен отговор на зад. от 5 до 8 се оценява с 3 точки.

1. б. 2. в. 3. а. 4. б. 5. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. 6. $(1; -2)$. 7. $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 1)$. 8. $P(A) = \frac{C_3^3 \cdot C_4^2}{C_{11}^5} = \frac{5}{11}$.

9. За разлагане на множители в второто уравнение до $(x - 1)(y - 1) = 0$ 2 т.

За записване на обединението на двете системи с втори уравнения съответно

$x - 1 = 0$ и $y - 1 = 0$ 2 т.

За решаване на получената системата относно u и v 2 т.

За получаване на решенията на дадената система $(1; 2)$, $(2; 1)$, $(1; -2)$, $(-2; 1)$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

10. $BM = 2\sqrt{2}$ см. За пълно и обосновано решение 7 т.

За намиране на катетите $BC = 2$ см и $AC = 4$ см 4 т.

За намиране на медианата $BM = 2\sqrt{2}$ см 3 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

11. $MN = 4$ см. За пълно и обосновано решение 7 т.

За доказване $MN \parallel AB$ 2 т.

За обосноваване, че $\triangle MNC \sim \triangle ABC$ 1 т.

За обосновано намиране на отсечката AM (BN) 2 т.

За намиране на $MN = 4$ см 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

Входно ниво

Тест 2.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 2 точки. Всеки верен отговор на зад. от 5 до 8 се оценява с 3 точки.

1. а. 2. г. 3. б. 4. в. 5. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$. 6. $(2; -1)$. 7. $x \in (1; 2) \cup (2; +\infty)$. 8. $P(A) = \frac{C_4^3 \cdot C_7^2}{C_{11}^5} = \frac{2}{11}$.

9. За разлагане на множители в второто уравнение до $(x + 1)(y + 1) = 0$ 2 т.

За записване на обединението на двете системи с втори уравнения съответно

$x + 1 = 0$ и $y + 1 = 0$ 2 т.

За решаване на получената системата относно u и v 2 т.

За получаване на решенията на дадената система $(-1; 3)$, $(3; -1)$, $(-1; -3)$, $(-3; -1)$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

10. $BM = 5$ см. За пълно и обосновано решение 7 т.

За намиране на катетите $BC = 4$ см и $AC = 6$ см 4 т.

За намиране на медианата $BM = 5$ см 3 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

11. $MN = 3$ см. За пълно и обосновано решение 7 т.

За доказване $MN \parallel AB$ 2 т.

За обосноваване, че $\triangle MNC \sim \triangle ABC$ 1 т.

- За обосновано намиране на отсечката $AM (BN)$ 2 т.
 За намиране на $MN = 3$ cm..... 2 т.
 За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

Ирационални уравнения и прогресии

Тест 1.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 5 се оценява с 4 точки.

Верен отговор на зад. 6 се оценява с 6 точки. **1. г. 2. б. 3. в. 4. г. 5. в.**

6. 2.

- За пълно и обосновано решение..... 6 т.
 За преобразувания в уравнението и повдигане на квадрат 2 т.
 За решаване на полученото квадратно уравнение 2 т.
 За проверка или за определяне на дефиниционно множество и работа с него 2 т.

7. $\frac{1}{4}$.

- За пълно и обосновано решение..... 7 т.
 За полагане с ново неизвестно 2 т.
 За решаване на полученото квадратно уравнение 2 т.
 За намиране на възможните корени на даденото уравнение 2 т.
 За проверка или за определяне на дефиниционно множество и работа с него 1 т.

8. $-\frac{3}{4}$ и $-\frac{5}{2}$. За пълно и обосновано решение 7 т.

- За написване основното свойство на аритметична прогресия 2 т.
 За написване основното свойство на геометрична прогресия 2 т.
 За решаване на системата 3 т.

Ирационални уравнения и прогресии

Тест 2.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 5 се оценява с 4 точки. Верен отговор на зад. 6 се оценява с 6 точки.

1. г. 2. б. 3. в. 4. б. 5. а. 6. 1; 2; 4 и -3; -2; $-\frac{4}{3}$.

- За пълно и обосновано решение..... 6 т.
 За въвеждане на неизвестни 1 т.
 За съставяне на система уравнения..... 2 т.
 За решаване на системата 2 т.
 За обоснован отговор..... 1 т.

7. Няма решение ($x \in \emptyset$).

- За пълно и обосновано решение..... 7 т.
 За полагане с ново неизвестно 2 т.
 За решаване на полученото квадратно уравнение 2 т.
 За намиране на възможните корени на даденото уравнение 2 т.
 За проверка или за определяне на дефиниционно множество и работа с него 1 т.

8. 9 и 6. За пълно и обосновано решение..... 7 т.
 За написване основното свойство на аритметична прогресия 2 т.

- За написване основното свойство на геометрична прогресия 2 т.
 За решаване на системата 3 т.

Решаване на триъгълник

Тест 1.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 2 точки. Всеки верен отговор на зад. от 5 до 8 се оценява с 4 точки.

1. а. 2. в. 3. б. 4. а. 5. 8 cm. 6. 7 cm. 7. $\frac{20\sqrt{3}}{7}$ cm. 8. 5 cm.
9. $S = 2\sqrt{14}$, $r = \frac{2\sqrt{14}}{7}$. За пълно и обосновано решение 8 т.
 За намиране на страната $AC = 6$ 2 т.
 За намиране на лицето $S = 2\sqrt{14}$ 3 т.
 За намиране на радиуса на вписаната окръжност $r = \frac{2\sqrt{14}}{7}$ 3 т.
 За допускане на техническа грешка се отнема една точка.
10. 18 cm, $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm. За пълно и обосновано решение 8 т.
 За намиране $\cos \sphericalangle BAC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2 т.
 За намиране на бедрото $BC = 5$ cm 2 т.
 За намиране малката основа на трапеца $CD = 1$ cm 1 т.
 За намиране на периметъра $2p = 18$ cm 1 т.
 За намиране на радиуса на описаната окръжност $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm 2 т.
 За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

Решаване на триъгълник

Тест 2.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 2 точки. Всеки верен отговор на зад. от 5 до 8 се оценява с 4 точки.

1. а. 2. а. 3. а. 4. б. 5. 3 cm. 6. 7 cm. 7. $\frac{12\sqrt{3}}{7}$ cm. 8. 3 cm.
9. $S = 6\sqrt{6}$, $r = \frac{2\sqrt{6}}{3}$. За пълно и обосновано решение 8 т.
 За намиране на страната $AC = 6$ 2 т.
 За намиране на лицето $S = 6\sqrt{6}$ 3 т.
 За намиране на радиуса на вписаната окръжност $r = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ 3 т.
 За допускане на техническа грешка се отнема една точка.
10. $P = 22$ cm, $R = \frac{5\sqrt{5}}{2}$. За пълно и обосновано решение 8 т.
 За намиране $\cos \sphericalangle BAC = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 2 т.
 За намиране на бедрото $BC = 5$ cm 2 т.
 За намиране малката основа на трапеца $CD = 2$ cm 1 т.
 За намиране на периметъра $P = 22$ cm 1 т.

За намиране на радиуса на описаната окръжност $R = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

Елементи от стереометрията

Тест 1.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 3 точки.

Всеки верен отговор на зад. 5 и 6 се оценява с 4 точки.

1. б. 2. в. 3. б. 4. а. 5. 18 cm^3 . 6. $24\pi \text{ cm}^2$.

7. $24(6 + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$. За пълно и обосновано решение 10 т.

За коректно доказателство че триъгълниците ABM и BCM са правоъгълни (фиг. 1)..... 3 т.

За намиране на околните ръбове AM , BM и CM 3 т.

За намиране на лицето на околната повърхнина $24(4 + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$ 2 т.

За намиране на лицето на повърхнината $24(6 + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

8. 2:3. За пълно и обосновано решение..... 10 т.

За адекватен чертеж на конус с вписана в него сфера (фиг. 2) 2 т.

За намиране на радиуса на сферата $\sqrt{3}$ 1 т.

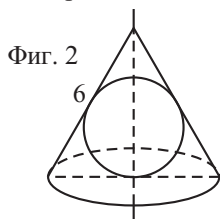
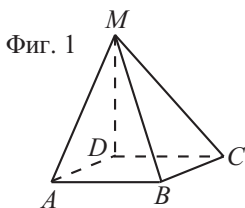
За намиране на радиуса на конуса 3..... 1 т.

За намиране повърхнината на сферата 12π 2 т.

За намиране околната повърхнина на конуса 18π 2 т.

За намиране търсеното отношение 2:3 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Елементи от стереометрията

Тест 2.

Всеки верен отговор на задача от 1 до 4 се оценява с 3 точки.

Верен отговор на зад. 5 и 6 се оценява с 4 точки.

1. б. 2. а. 3. в. 4. в. 5. 48 cm^3 . 6. $36\pi \text{ cm}^2$.

7. $30(8 + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$. За пълно и обосновано решение 10 т.

За коректно доказателство че триъгълниците ABM и BCM са правоъгълни (фиг. 3)..... 3 т.

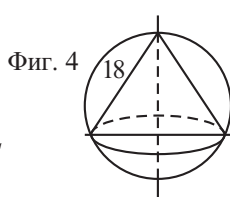
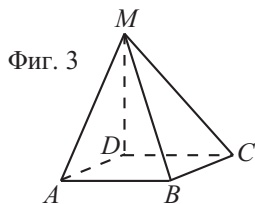
За намиране на околните ръбове AM , BM и CM 3 т.

За намиране на лицето на околната повърхнина $30(6 + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$ 2 т.

За намиране на лицето на повърхнината $30(8 + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

8. 8:3. За пълно и обосновано решение..... 10 т.
 За адекватен чертеж на сфера с вписан в нея конус (фиг. 4)..... 2 т.
 За намиране на радиуса на сферата $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ 1 т.
 За намиране на радиуса на конуса 4..... 1 т.
 За намиране повърхнината на сферата $\frac{256\pi}{3}$ 2 т.
 За намиране околната повърхнина на конуса 32π 2 т.
 За намиране търсеното отношение 8:3 2 т.
 За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Годишен преговор

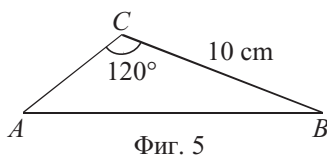
Тест 1.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 3 се оценява с 2 точки. Всеки верен отговор на зад. от 4 до 7 се оценява с 3 точки.

1. б. 2. в. 3. а. 4. 1 и -5. 5. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ см. 6. Девет. 7. 162 cm^3 .

8. 3; 5. За пълно и обосновано решение..... 8 т.
 За съставяне на система уравнения (уравнение)..... 3 т.
 За решаване на системата уравнения (уравнението) 3 т.
 За намиране на членовете на растящата аритметична прогресия 2 т.
 За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

9. $S_{ABC} = 15\sqrt{3}$. За пълно и обосновано решение..... 8 т.
 За намиране на страната $AB = 14$ (фиг. 5) 2 т.
 За намиране на страната $AC = 6$ 4 т.
 За намиране на лицето $S_{ABC} = 15\sqrt{3}$ 2 т.
 За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Годишен преговор

Тест 2.

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 3 се оценява с 2 точки. Всеки верен отговор на зад. от 4 до 7 се оценява с 3 точки.

1. б. 2. б. 3. а. 4. 1 и 4. 5. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ см. 6. Девет. 7. 216 cm^3 .

8. 4; 8. За пълно и обосновано решение..... 8 т.

За съставяне на система уравнения (уравнение)..... 3 т.

За решаване на системата уравнения (уравнението) 3 т.

За намиране на членовете на растящата аритметична прогресия 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

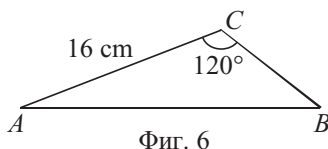
9. $S_{ABC} = 20\sqrt{3}$. За пълно и обосновано решение 8 т.

За намиране на страната $AB = 19$ (фиг. 6) 2 т.

За намиране на страната $BC = 5$ 4 т.

За намиране на лицето $S_{ABC} = 20\sqrt{3}$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



6. ИЗПОЛЗВАНЕ НА ЕЛЕКТРОННИЯ УЧЕБНИК И ЕЛЕКТРОННИТЕ РЕСУРСИ КЪМ УЧЕБНИКА

Електронният вариант на учебника е част от учебния комплект и може да бъде открит в модерната и иновативна дигитално образователната среда iZZI.

Предназначен е за:

- подпомагане извършването на разнообразни дейности в часа под непосредственото ръководство на учителя;
- самостоятелна работа на учениците в часа и вкъщи;
- групова работа на учениците;
- дистанционно взаимодействие.

Дава възможност в обучението да се използва богато дигитално съдържание, което осигурява прилагането на съвременни интерактивни методи и технологии в образователния процес. Предлага и допълнителни варианти за проверка и оценка на знанията, възможности за поставяне на индивидуални задачи, надграждане на задължителното учебно съдържание. Съобразен е с различните стилове на учене и възприемането на информация чрез техники, стимулиращи активното участие на обучаемите в образователния процес.

Електронният вариант на учебника може да се използва в *онлайн* (с интернет) режим, а след изтегляне на електронния вариант и на ресурсите и в *офлайн* (без интернет) режим.

Дигитално образователната среда iZZI позволява непрекъснат достъп по всяко време и от всяко място до учебното съдържание от стационарни (персонални компютри, лаптопи) и различни мобилни устройства (смартфони, таблети) с различни платформи – Windows, Android и iOS. Всяка актуализация на учебното съдържание се появява автоматично в библиотеката на потребителя.

Препоръчително е да се използват следните браузъри при работа с електронната платформа:

Google Chrome, Microsoft Edge, Microsoft Internet Explorer.

Мултимедийните ресурси към електронния вариант на учебника включват:

- **интерактивни задачи и упражнения** към урочните статии с разнообразен формат;
- **видеоматериали**, които поднасят по атрактивен начин части от учебното съдържание;
- **мултимедийни разработки** с допълнителна информация, свързана с темите на работните текстове;

- **графични материали**, включващи отделни фотографии и галерии със снимки, онагледяващи учебното съдържание;
- **алгоритми и образци** за дейности на ученика;
- **различни по формат тестови** задачи за проверка и оценка на знанията и уменията на учениците.

Как се използва

Електронните ресурси са обособени в тематични модули, съответстващи на структурата на учебника. Всеки от електронните ресурси има название, което дава представа за съдържанието и предназначението му. Той може да се използва по преценка на учителя – в уроци за нови знания, в упражнения, в обобщителни уроци, при преговор и т.н.

Чрез използването на електронния вариант на учебника в обучението се прилагат на практика дидактическите принципи *нагледност и активност*.

КНИГА ЗА УЧИТЕЛЯ
по математика за 10. клас

Автори

гл. ас. Теодоси Витанов
Петър Недевски
Мариана Къосева
проф. Евгения Стоименова

Редактор

Светла Караджова

Графичен дизайн и корица

Петко Минчев

Коректор

Снежана Минковска

Българска. Издание първо/преработено, 2024 г.

Формат 70×100/16. Печатни коли 3

ISBN 978-619-215-452-3

Издател

„КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД
1756 София, ул. „Лъчезар Станчев“ № 5,
комплекс „Софарма Бизнес Тауърс“,
сграда А, ет. 12, тел.: 0700 47 400,
e-mail: info@klett.bg, www.klett.bg

ISBN 9786192154523



9 786192 154523

Klett