

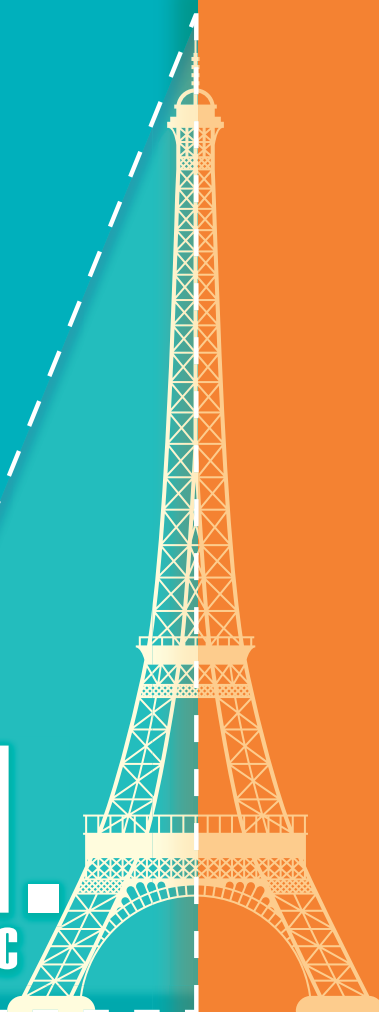
Симеон Замковой • Стоян Ненков  
Петя Тодорова • Асен Божилов

# КНИГА ЗА УЧИТЕЛЯ ПО МАТЕМАТИКА ЗА 11. КЛАС

С. ЗАМКОВОЙ • С. НЕНКОВ • П. ТОДОРОВА • А. БОЖИЛОВ

# МАТЕМАТИКА

11.  
КЛАС



• КЛЕТ БЪЛГАРИЯ •

---

© Симеон Петров Замковой, Стоян Иванов Ненков, Петя Тодорова Тодорова, Асен Иванов Божилов, *автори*, 2020

© Петко Енчев Минчев, *корица и графичен дизайн*, 2020

© „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД, *издател*, 2020

ISBN 978-619-215-533-9

---

Възпроизвеждането на това издание или на отделни негови части под каквато и да е форма без изричното писмено съгласие на „Клет България“ ООД е престъпление.

## СЪДЪРЖАНИЕ

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА<br/>В ЕДИНАДЕСЕТИ КЛАС<br/>И РЕАЛИЗАЦИЯТА МУ В УЧЕБНИКА .....</b> | <b>5</b>  |
| <b>2. ПРИМЕРНО ГОДИШНО РАЗПРЕДЕЛЕНИЕ<br/>(ИЗТЕГЛЕТЕ ОТ ТУК)</b>   |           |
| <b>3. ПРИМЕРНИ МЕТОДИЧЕСКИ РАЗРАБОТКИ.....</b>  | <b>8</b>  |
| <b>4. ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ .....</b>  | <b>40</b> |
| <b>5. ОТГОВОРИ НА ТЕСТОВЕТЕ .....</b>   | <b>52</b> |
| <b>6. СПИСЪК С ЕЛЕКТРОННИ РЕСУРСИ<br/>КЪМ УЧЕБНИКА .....</b>  | <b>54</b> |



# 1. УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА В ЕДИНАДЕСЕТИ КЛАС И РЕАЛИЗАЦИЯТА МУ В УЧЕБНИКА

Учебният комплект се състои от учебник и книга за учителя. Темите в учебника са разработени в съответствие с изискванията на учебната програма на МОН по математика за единадесети клас, с очакваните резултати от обучението в различните области на компетентност и с връзката им с отделните ключови компетентности.

Единадесети клас е първият клас на втори гимназиален етап в средната степен на образование и в този клас продължава изграждането на системата от математически знания в средното училище като продължение и разширение на изученото в предходните години.

Специфичните цели на обучението по математика, залегнали в Държавния образователен стандарт за втори гимназиален етап на средната степен на образование, са:

- Формиране на логическо мислене, комбинативност, наблюдателност и на математическа компетентност.
- Формирането на математическа компетентност за етапа е главно на комуникационно и аналитично ниво, като се развие способността да прилага математически разсъждения за решаване на проблеми в другите предметни области и ежедневието.
- Математическата компетентност на този етап включва фактологични и теоретични знания в широк контекст, както и набор от познавателни и практически умения, необходими за решаването на конкретни проблеми. Това означава разбиране на дадена реална ситуация, която води до математическа задача; решаване на задачата при използване на инструментни помощни материали (включително и технологии), които могат да подпомогнат математическите дейности, както и дълбоко познаване на ограниченията при използване на избраните инструменти.

Очакваните резултати от обучението по математика в единадесети клас в шестте области на компетентност са:

## **Област на компетентност „Числа. Алгебра“**

*В резултат на обучението си ученикът:*

- знае понятията *степен* и *логаритъм* и техните основни свойства
- знае понятието *корен n-ти* и неговите свойства
- извършва тъждествени преобразувания на ирационални изрази, съдържащи квадратни и кубични корени, и корен четвърти
- решава:
  - модулни уравнения и неравенства
  - ирационални уравнения и ирационални неравенства с един радикал
  - основни показателни уравнения и неравенства
  - показателни уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни
  - основни логаритмични уравнения и неравенства
  - логаритмични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни.

## **Област на компетентност „Фигури и тела“**

*В резултат на обучението си ученикът:*

- умее да решава успоредник, трапец, четириъгълник и правилен многоъгълник
- прилага знания от тригонометрията в планиметрията.

## **Област на компетентност „Функции. Измерване“**

*В резултат на обучението си ученикът:*

- знае тригонометрични функции на обобщен ъгъл, техните графики и свойства
- умее да преобразува тригонометрични изрази и да намира стойност на тригонометрични изрази
- умее да намира лице на четириъгълник и правилен многоъгълник
- знае графиките и свойствата на функциите  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = a^x$  и  $y = \log_a x$ .

### Област на компетентност „Логически знания“

В резултат на обучението си ученикът:

- разбира смисъла на понятията за *всяко*, *съществува*, *необходимо условие*, *достатъчно условие* и *необходимо и достатъчно условие*
- образува отрицание на твърдение
- обосновава изводи
- преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор на подход към решаването на проблем.

### Област на компетентност „Елементи от вероятности и статистика“

В резултат на обучението си ученикът:

- разчита и интерпретира информация, представена с графики, с таблици или с диаграми
- знае понятието *условна вероятност* и умее да го прилага за намиране вероятност на сечение на две събития
- знае да разпознава и прилага модели на многократни опити с два възможни изхода в конкретни практически ситуации
- знае понятието *геометрична вероятност* и умее да я намира в конкретни ситуации върху правата и в равнината.

### Област на компетентност „Моделиране“

В резултат на обучението си ученикът:

- умее да моделира геометрична ситуация с помощта на алгебричен или тригонометричен израз
- моделира практически ситуации с алгебрични изрази
- умее да прилага вероятност на съставно (сложно) събитие при решаване на конкретни проблеми.

Обучението по математика в единадесети клас е насочено към овладяване на базисни знания, умения и отношения в няколко области на компетентност. Съдържа темите **Степен и логаритъм**, **Решаване на равнинни фигури**, **Тригонометрия** и **Вероятности**.

В раздел *Степен и логаритъм* учениците се запознават с понятието *логаритъм* и неговите свойства, разчитат и интерпретират информация, представена с графики – умение, необходимо в живота за получаване на информация, както и за прогноза на очакван резултат. *Показателната функция и логаритмите* имат широко приложение в медицината, в сеизмологията, в химията, във финансите, в информатиката, в археологията, в застрахователните услуги и др.

В раздел *Решаване на равнинни фигури* и *Тригонометрия* учениците се научават да моделират геометрични ситуации с помощта на алгебричен или тригонометричен израз. Чрез решаване на подходящо подобрени задачи и класически теореми от древността придобиват логически знания, научават се да образуват отрицание на твърдение, да обосновават изводи, да преценяват вярност, рационалност и целесъобразност при избор на подход към решаването на проблем. *Тригонометрията* има широко приложение в много области на живота като строителството и архитектурата, геодезията, топографията, навигацията, метрологията, корабоплаването, физиката, астрономията, сеизмологията, дори в спорта, видеоигрите и др.

В раздел *Вероятности* учениците разпознават и прилагат модели на многократни опити с два възможни изхода в конкретни практически ситуации, запознават се с понятието *условна вероятност* и могат да го прилагат за намиране на вероятност на сечение на две събития, което им помага да решат как е по-добре да постъпят в определена ситуация. Това впоследствие им помага упорито да търсят решението на различни житейски проблеми, като анализират фактите и стигат до решение, подчинено на логиката и вероятността то да се осъществи. Научават се да отделят същественото от несъщественото, достоверната от фалшивата информация и да използват максимално дадените условия с елегантно решение на съответни казуси в личен, обществен и общочовешки план.

За целта авторският екип предлага добре подобрени и методически подредени задачи. Не е необходимо да се решат голям брой задачи, за да се усвои определена теория, важно е да се решат подходящите. Учебникът избобилства с решени задачи, които ще развият математическите компетентности на учениците и ще ги научат да решават проблеми, които ги няма в учебниците. В края на учебника има допълнителна информация за приложението на тригонометрията, показателната функция, логаритмите и вероятностите.

В помощ ще бъде и електронният учебник, в който има над 150 допълнителни задачи, визуализации, възможност за интерпретации и получаване на нови графики на функции от съществуващите в книжното тяло.

Учебникът следва хронологията на учебната програма, при която еднозначно е определен редът на изучаваните глобални теми. Включен е начален преговор за актуализиране и систематизиране на необходимите

знания за триъгълник и приложение на тригонометричните функции в интервала  $[0^\circ; 180^\circ]$  при решаване на триъгълник, както и годишен преговор за обобщаване и затвърждаване на знанията и уменията. Както и в предишни учебници по математика е акцентирано върху аргументацията, анализа на условието на твърдението или задачата, обосноваването и строгото доказване на теоремите – необходимо условие за развиване на уменията на учениците за анализ, синтез и оценка на получените резултати.

Целта на авторския екип е учебникът да се ползва самостоятелно от учениците и по тази причина в теоретичната част на уроците са решени и подробно описани ключови задачи. Учителят би могъл да използва учебника като помагало при разработката на отделните методически единици. При развиването на математическата грамотност е необходимо да се акцентира на развиване на уменията на ученика да разчита и записва информация със символите на математиката и по нейните правила, т.е. да я преведе на математически език; да изпълнява точно и докрай процедури за изчисляване и сравняване; да оценява и проверява получените резултати; да избира и ползва адекватни методи, инструменти, помощни материали и технологии. Учебникът е ориентиран към развиване на математическите компетентности на учениците: математическо мислене и разсъждаване; аргументиране; комуникация на математически език; моделиране; решаване на математическа задача; представяне на математически обекти и ситуации.

За пръв път в практиката за 11. клас се предлага учебник по математика, структуриран по уроци. Разработени са 68 урока (включително и уроци за проверка и оценка на знанията) и са оставени 4 часа резерв, които да се използват по преценка на учителя. Спазено е препоръчителното процентно разпределение по видове уроци съгласно учебната програма.

Резервът от часове може да бъде използван от учителя по негова преценка, отчитайки реалните условия за работа с класа. Резервът може да се използва и за допълнителна подготовка за класните работи и за самите класни работи.

Структурата на учебника е пределно ясна. Повечето уроци за нови знания са разработени на 2 страници, а упражненията в 1 или 2 страници. Това прави учебника много компактен и лесен за ползване. В края на всеки от разделите (глобални теми) се предлагат урок за обобщение и по един тест. След началния и годишния преговор са предложени по два теста с идея учителят да ползва тях или подобни на тях, ако раздели класа на две групи. Задачите, които са дадени в тях, са примерни и предназначението им е да могат учениците да се фокусират върху основните типове задачи. Разбира се, учителят може да ги ползва (директно тях или подобни на тях) за конструиране на тестове (контролни работи). В настоящата книга са предложени 12 теста за ползване от учителя освен тези в учебника. Важните знания в учебника (теореме и следствия) са поместени на фон. За определенията и новите понятия също се използва фон.

Учебният материал следва учебната програма по математика на МОН и е разделен на 6 глобални теми, които бяха споменати по-горе. Добавени са раздели „Начален преговор“ и „Годишен преговор“. В таблицата е дадено разпределението на уроците по теми и видове.

|                                    | Нови знания | Упражнение | Обобщение | Оценка | Общо |
|------------------------------------|-------------|------------|-----------|--------|------|
| <b>Начален преговор</b>            |             |            | 2         | 1      | 3    |
| <b>Степен и логаритъм</b>          | 12          | 4          | 1         | 1      | 18   |
| <b>Решаване на равнинни фигури</b> | 4           | 7          | 1         | 1      | 13   |
| <b>Тригонометрия</b>               | 8           | 7          | 1         | 1      | 17   |
| <b>Вероятности</b>                 | 5           | 5          | 1         | 1      | 12   |
| <b>Годишен преговор</b>            |             |            | 4         | 1      | 5    |
| <b>Общо</b>                        | 29          | 23         | 10        | 6      | 68   |
| <b>Процент</b>                     | 43          | 34         | 15        | 8      |      |

Към учебника се предлага и негов електронен вариант. Електронният вариант съдържа копие на учебника и може да се използва във всеки момент, когато учителят иска да се позове на текст, илюстрация, схема, таблица или диаграма от учебника. Съответният фрагмент може да се прожектира увеличен. Освен копие на учебника има и допълнителни материали и електронни ресурси, списък на които ще намерите в края на настоящата книга.

Надяваме се, че учебникът ще бъде помощник на учителя в ежедневната му работа. Вярваме, че всеки учител ще намери в този учебен комплект и нещо ново за себе си, което ще му даде идея за творчество.

### 3. ПРИМЕРНИ МЕТОДИЧЕСКИ РАЗРАБОТКИ

#### УРОК 11. Преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател (нови знания)

##### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Числа. Алгебра*

- Знания, умения и отношения – знае степен с рационален степенен показател.
- Знания, умения и отношения – умее да прилага свойствата на степен с рационален степенен показател.
- Знания, умения и отношения – извършва тъждествени преобразования на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател.

Област на компетентност: *Логически знания*

- Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

##### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Степен и логаритъм* (общо 18 часа)

Изучава се в следната последователност:

- 1.1. Корен трети. Свойства
- 1.2. Корен  $n$ -ти. Свойства
- 1.3. Основно свойство на корените
- 1.4. Преобразуване на ирационални изрази
- 1.5. Графика на функциите  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^3$  и  $y = \sqrt[3]{x}$
- 1.6. Степен с рационален степенен показател. Свойства
- 1.7. Сравняване на степени с равни основи и различни рационални показатели
- 1.8. **Преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател**
- 1.9. Показателна функция. Графика
- 1.10. Логаритъм. Основни свойства. Сравняване на логаритми
- 1.11. Логаритмична функция. Графика
- 1.12. Логаритмуване на произведение, частно, степен и корен

##### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Умението да се извършват тъждествени преобразувания изисква добра математическа грамотност. Анализирането на зададената ситуация и структурирането на последователността от действия при преобразуването на даден израз развиват наблюдателност, умения за вярна преценка и систематизиране на придобитите знания и умения.

##### 4. Понятия и умения

| Понятия  | Умения   |
|--|--|
| <i>Ново</i> – няма нови понятия.<br><i>Стари</i> – степен с рационален показател, допустими стойности на променлива, стойност на израз | <i>Ново</i> – умее да прилага свойствата на степен с рационален показател при преобразуване на изрази. Знае да определя допустими стойности на променлива съобразно въведеното понятие <i>степен с рационален показател</i> .<br><i>Старо</i> – умее да извършва тъждествени преобразования на изрази, използвайки вече изучени зависимости. |

##### 5. Основна цел на урока

- Формиране на умения за вярно определяне на допустими стойности, съобразени с дефиницията за степен с рационален показател.
- Формиране на умения за прилагане свойствата на степен с рационален показател при представяне на даден израз като произведение.
- Формиране на умения за прилагане свойствата на степен с рационален показател при опростяване на израз, използвайки знания и умения за тъждествени преобразования, изучени до момента.



## 6. Дидактически материали, преценка на конкретните условия

учебник по математика, тетрадка, платформа с електронни ресурси към учебника

## 7. Ход на урока

| Учебна дейност   | Цел   | Форми, методи, средства   | Трудности   |
|--|---|---|---|
| Преговор на формулите:<br>$(a \pm b)^2$<br>$(a \pm b)^3$<br>$a^2 - b^2$<br>$a^3 \pm b^3$   | Въвеждане в темата и мотивиране.  | Беседа за упражняване на формираните умения в предните уроци и усвояване на нови умения   |   |
| <b>Задача 1.</b> За допустимите стойности на $a$ и $b$ да се разкрият скобите:<br>а) $a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{2}{3}}\right)$ ;<br>б) $\left(a^{-0,5} + 0,5a^{0,75}\right)^2$ ;<br>в) $\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}}\right)^3$ .   | Да се демонстрира спираловидното натрупване на знания и умения по математика. | Устно и писмено изложение   | Да се обърне внимание, че въведените свойства на степен с рационален показател са при положителна основа.                 |
| <b>Задача 2.</b> Да се представи като произведение изразът, ако $a$ е положително число:<br>а) $16 - a$ ; б) $a^{\frac{1}{2}}b - a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}$ ; в) $8a + b^2$ .   | Да се анализира практическото приложение на новите знания в позната ситуация. | Устно и писмено изложение   |   |
| <b>Задача 3.</b> Да се съкрати дробта, ако $a > 0$ и $b > 0$ .<br>а) $\frac{a + a^{\frac{1}{2}}}{2\left(a^{\frac{1}{2}} + 1\right)}$ ; б) $\frac{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{2}}}{b - a^{\frac{1}{2}}}$ ;<br>в) $\frac{a - b}{a + a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}}$ ; г) $\frac{a^{1,5} - b^{1,5}}{a - b}$ . | Да се анализира практическото приложение на новите знания в позната ситуация. | Дискусия на представените решения на задачата. Учителят изисква от учениците да анализират съответните преобразувания, като се аргументират чрез дефиниране на използваните свойства и формули. | Да се обърне внимание, че дадените условия за променливите трябва да се разширят, за да бъде определен съответният израз. |
| <b>Задача 4.</b> Ако $a$ и $b$ са положителни променливи, да се опрости изразът<br>$A = \frac{8b - a}{6} \left( \frac{a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}}{2b^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}} + \frac{ab^{\frac{2}{3}} - 2a^{\frac{2}{3}}b}{4b^{\frac{2}{3}} + 2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}} \right)$                         | Да се анализира практическото приложение на новите знания в позната ситуация. | Устно и писмено изложение   | Да се обърне внимание на допустимите стойности за променливите.   |
| Учителят прави изводи и обобщава урока.  | Систематизация и обобщение.   | Дискусия  |   |
| <b>Домашна работа:</b><br>учебник, стр. 28, зад. 1, зад. 2   | Да се затвърдят уменията на учениците да преобразуват ирационални изрази.     | Индивидуална работа   |   |

## УРОК 12. Преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател (Упражнение)

### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Числа. Алгебра*

- Знания, умения и отношения – знае степен с рационален степенен показател.
- Знания, умения и отношения – знае корен  $n$ -ти.
- Знания, умения и отношения – умее да прилага свойствата на степен с рационален степенен показател.
- Знания, умения и отношения – умее да прилага свойствата на корен  $n$ -ти.
- Знания, умения и отношения – извършва тъждествени преобразувания на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател.
- Знания, умения и отношения – извършва тъждествени преобразувания на ирационални изрази, съдържащи квадратни и кубични корени, и корен четвърти.

Област на компетентност: *Логически знания*

- Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Степен и логаритъм* (общо 18 часа)

Изучава се в следната последователност:

- 1.1. Корен трети. Свойства
- 1.2. Корен  $n$ -ти. Свойства
- 1.3. Основно свойство на корените
- 1.4. Преобразуване на ирационални изрази
- 1.5. Графика на функциите  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^3$  и  $y = \sqrt[3]{x}$
- 1.6. Степен с рационален степенен показател. Свойства
- 1.7. Сравняване на степени с равни основи и различни рационални показатели
- 1.8. Преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател**
- 1.9. Показателна функция. Графика
- 1.10. Логаритъм. Основни свойства. Сравняване на логаритми
- 1.11. Логаритмична функция. Графика
- 1.12. Логаритмуване на произведение, частно, степен и корен

### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Умението да се извършват тъждествени преобразувания изисква добра математическа грамотност. Анализването на зададената ситуация и структурирането на последователността от действия при преобразуването на даден израз развиват наблюдателност, умения за вярна преценка и систематизиране на придобитите знания и умения. Важен акцент на темата е да се затвърди знанието за степен с рационален степенен показател, като се наблегне на факта, че въведените свойства са само за положителна основа. Необходимо е да се направи паралел между свойствата на корен  $n$ -ти при  $n$  нечетно число и степен с рационален степенен показател, който има за знаменател нечетно число.

#### 4. Понятия и умения

| Понятия  | Умения  |
|--|---|
| <p><i>Ново</i> – няма нови понятия.</p> <p><i>Стари</i> – степен с рационален показател, допустими стойности на променлива, стойност на израз, квадратен корен, корен трети, корен четвърти.</p> | <p><i>Ново</i> – няма нови умения.</p> <p><i>Старо</i> – умее да извършва тъждествени преобразувания на израз, използвайки вече изучени зависимости и свойства на корен <math>n</math>-ти и степен с рационален степенен показател.</p> |

#### 5. Основна цел на урока

- Да се затвърдят уменията на учениците да извършват тъждествени преобразувания на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател.
- Да се затвърдят уменията на учениците да извършват тъждествени преобразувания на изрази, съдържащи квадратен корен, корен трети и корен четвърти.

#### 6. Дидактически материали, преценка на конкретните условия

учебник по математика, тетрадка, електронна платформа с ресурси към учебника

#### 7. Ход на урока

| Учебна дейност  | Цел  | Форми, методи, средства          | Трудности   |
|---|--|----------------------------------|---|
| <p>Запознаване на учениците с темата на урока. Записват се свойствата на корен <math>n</math>-ти и степен с рационален степенен показател.</p>  | <p>Въвеждане на темата и мотивиране.</p>   | <p>Беседа</p>                    |   |
| <p><b>Задача 1.</b> Да се намери стойността на израза <math>\left[(2 + \sqrt[4]{15})(2 - \sqrt[4]{15})\right]^{-1} \cdot \left(5^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}}\right)</math>.</p>   | <p>Усъвършенстване на уменията да се прилагат свойствата на корен <math>n</math>-ти и на степен с рационален степенен показател. Откриване и прилагане на зависимости. Спазване на реда на действията.</p>                             | <p>Устно и писмено изложение</p> | <p>Обръща се внимание, че трябва да се работи или със степен с рационален показател, или с корен <math>n</math>-ти.</p> |
| <p><b>Задача 2.</b> Даден е изразът <math display="block">M = \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}} + \left( \frac{\sqrt{xy} + \sqrt[4]{xy^3}}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{xy}} - \sqrt[4]{xy} \right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}</math> при <math>x &gt; 0, y &gt; 0, x \neq y</math>. Да се докаже, че за всички допустими стойности на променливите изразът приема положителна стойност, която не зависи от стойността на <math>y</math>.</p> | <p>Усъвършенстване на уменията за прилагане свойствата на корен <math>n</math>-ти и степен с рационален степенен показател. Откриване и прилагане на зависимости. Доказване верността на дадено твърдение чрез изучените свойства.</p> | <p>Устно и писмено изложение</p> |   |

| Учебна дейност   | Цел   | Форми, методи, средства   | Трудности |
|--|---|---|-----------|
| <p><b>Задача 3.</b> Да се опрости изразът</p> $P = \left( \frac{3}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1} - \frac{3}{x+1} - \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} - 1} \right)^{-1} \left( 1 + x^{-\frac{1}{3}} \right)^2 - x^{-\frac{2}{3}}$ <p>при <math>x &gt; 0</math>.</p> | <p>Усъвършенстване на уменията да се извършват тъждествени преобразувания при опростяване на изрази, като се прилагат свойствата за корен <math>n</math>-ти и степен с рационален степенен показател. Откриване и прилагане на зависимости.</p> | <p>Учениците първоначално работят самостоятелно. След това един от тях записва решението на дъската. Учителят дискутира с учениците записаното решение.</p> |           |
| <p>Учителят прави изводи и обобщава урока.</p>   | <p>Систематизация и обобщение.</p>  | <p>Дискусия</p>   |           |
| <p><b>Домашна работа:</b><br/>учебник, стр. 30, зад. 1, зад. 2, зад. 3</p>   | <p>Затвърждаване на уменията на учениците да прилагат новите знания и развият новите умения</p>   | <p>Индивидуална работа</p>  |           |

## УРОК 21. Тест на тема *Степен и логаритъм* (Контрол и оценка)

### 1. Вид на урока: контрол и оценка

### 2. Клас: XI

### 3. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Числа. Алгебра*

- Знания, умения и отношения – знае понятието *корен  $n$ -ти* и неговите свойства.
- Знания, умения и отношения – знае понятията *степен* и *логаритъм* и техните свойства.
- Знания, умения и отношения – умее да прилага свойствата на степен с рационален степенен показател.
- Знания, умения и отношения – умее да прилага свойствата на корен  $n$ -ти.
- Знания, умения и отношения – умее да прилага свойствата на логаритъм.
- Знания, умения и отношения – умее да намира елементите на логаритъм – стойност, основа или аргумент, при наличие на останалите величини.
- Знания, умения и отношения – извършва тъждествени преобразования на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател.
- Знания, умения и отношения – извършва тъждествени преобразования на ирационални изрази, съдържащи квадратни и кубични корени, и корен четвърти.

Област на компетентност: *Логически знания.*

- Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

### 4. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Степен и логаритъм* (общо 18 часа).

Изучава се в следната последователност:

- 1.1. Корен трети. Свойства
- 1.2. Корен  $n$ -ти. Свойства
- 1.3. Основно свойство на корените
- 1.4. Преобразуване на ирационални изрази
- 1.5. Графика на функциите  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^3$  и  $y = \sqrt[3]{x}$
- 1.6. Степен с рационален степенен показател. Свойства
- 1.7. Сравняване на степени с равни основи и различни рационални показатели
- 1.8. Преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател
- 1.9. Показателна функция. Графика
- 1.10. Логаритъм. Основни свойства. Сравняване на логаритми
- 1.11. Логаритмична функция. Графика
- 1.12. Логаритмуване на произведение, частно, степен и корен

### 5. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Понятията *степен* и *логаритъм* са в основата на много математически модели, които отразяват алгоритми от нашето ежедневие. Темата развива математическата грамотност и аналитичното мислене.

## 6. Понятия и умения

| Понятия  | Умения  |
|--|---|
| <p><i>Ново</i> – няма нови понятия.</p> <p><i>Стари</i> – степен с рационален показател, допустими стойности на променлива, стойност на израз, квадратен корен, корен трети, корен четвърти, логаритъм, основа на логаритъм, логаритмуване</p> | <p><i>Ново</i> – няма нови умения.</p> <p><i>Старо</i> – умее да извършва тъждествени преобразувания на израз, използвайки вече изучени зависимости и свойства на корен <math>n</math>-ти и степен с рационален степенен показател. Умее да прилага определението за логаритъм и свойствата, свързани с това понятие.</p> |

## 7. Основна цел на урока

Диагностика на знанията и уменията на ученика по темата *Степен и логаритъм*

- Корен  $n$ -ти, свойства
- Степен с рационален степенен показател, свойства
- Логаритъм, свойства

## 8. Дидактически материали съобразно конкретните условия

собствени задачи, тестове от настоящата книга или от платформата с електронни ресурси към учебника

## 9. Ход на урока

| Учебна дейност  | Цел  | Тип              | Форми, методи, средства | Трудности |
|---|--|------------------|-------------------------|-----------|
| <p>1. Колко от числата <math>\log_2 \sqrt[3]{2}; \sqrt{(-2)^{-4}}; \frac{(-3)^3}{81}; \log_{\frac{1}{9}} 3</math> принадлежат на интервала <math>\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]</math>?</p> <p>а) 1; б) 2; в) 3; г) 4</p>   | Проверка на уменията за прилагане на основните свойства на степен и логаритъм. | Избираем отговор | Тест                    |           |
| <p>2. Дефиниционната област на функцията <math>f(x) = \lg(1 - 2x)</math> е:</p> <p>а) <math>x \geq 0,5</math>;<br/>         б) <math>x &lt; 0,5</math>;<br/>         в) <math>x &gt; 0,5</math>;<br/>         г) <math>x \leq 0,5</math></p>  | Проверка на уменията да се прилага определението за логаритъм.                 | Избираем отговор | Тест                    |           |
| <p>3. За <math>a \in (0;1)</math> е вярно, че:</p> <p>а) <math>\log_a \frac{7}{8} &lt; \log_a \frac{5}{6}</math>;<br/>         б) <math>a^{\frac{5}{7}} &lt; a^{\frac{7}{9}}</math>;<br/>         в) <math>\log_a \frac{7}{9} &gt; \log_a \frac{5}{7}</math>;<br/>         г) <math>a^{\frac{7}{8}} &gt; a^{\frac{5}{6}}</math></p> | Проверка на уменията за приложение свойствата на степен и логаритъм.           | Избираем отговор | Тест                    |           |
| <p>4. Намерете стойността на израза <math>\log_{0,75} \log_{27} 81</math>.</p>  | Проверка на уменията за приложение на свойствата на логаритъм.                 | Свободен отговор | Тест                    |           |

| Учебна дейност  | Цел  | Тип                       | Форми, методи, средства | Трудности |
|---|--|---------------------------|-------------------------|-----------|
| 5. Представете като произведение израза $a - 16b^{\frac{1}{2}}$ , ако $a$ и $b$ са положителни числа.   | Проверка на уменията за работа с израз, съдържащ степен с рационален показател.                                | Свободен отговор          | Тест                    |           |
| 6. От дадените числа $(\sqrt[3]{2^2 \sqrt{2}})^{\frac{6}{5}}$ ; $5^{\log_5 10^{-1}}$ ; $\log_3 6$ определете най-малкото.   | Проверка на уменията за приложение на основните свойства на степен и логаритъм.                                | Свободен отговор          | Тест                    |           |
| 7. Опростете израза $A = \left( \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1} - \frac{3x^{\frac{1}{3}} - 1}{x + 1} \right) \cdot \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{1}{3}}}$ и намерете стойността му при $x = 64$ . | Проверка на уменията за опростяване на израз, съдържащ степен с рационален показател.                          | Пълно решение на задачата | Тест                    |           |
| 8. Намерете $x$ , ако $\log_5 x = -\log_{0,25} 4 + \log_5 350 - \frac{1}{2} \log_5 49$ .  | Проверка на уменията за преобразуване на израз, съдържащ логаритми. Намиране на основни елементи на логаритъм. | Пълно решение на задачата | Тест                    |           |

## 10. Скала за оценяване

- Максимален брой точки – 20
- Разпределение на точките по задачи

| Задача № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Точки    | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |

- Разпределение на точките на 7. задача:

○ За  $A = \frac{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}} + 1) - 3x^{\frac{1}{3}} + 1}{x + 1} \cdot \frac{x^{\frac{1}{3}}(x + 1)}{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}} - 1)}$  ..... 1,5 т.

○ За  $A = \frac{x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{1}{3}} + 1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}$  ..... 1 т.

○ За  $A = \frac{(x^{\frac{1}{3}} - 1)^2}{x^{\frac{1}{3}} - 1}$  ..... 0,5 т.

○ За  $A = x^{\frac{1}{3}} - 1$  ..... 0,5 т.

○ За  $A = 64^{\frac{1}{3}} - 1 = 4 - 1 = 3$  ..... 0,5 т.

● Разпределение на точките на 8. задача:

- За  $\log_5 x = -\log_{4^{-1}} 4 + \log_5 350 - \log_5 49^{\frac{1}{2}}$  ..... 1 т.
- За  $\log_5 x = 1 + \log_5 350 - \log_5 7$  ..... 0,5 т.
- За  $\log_5 x = 1 + \log_5 \frac{350}{7}$  ..... 0,5 т.
- За  $\log_5 x = 1 + \log_5 50$  ..... 0,5 т.
- За  $\log_5 x = \log_5 5 + \log_5 50$  ..... 0,5 т.
- За  $\log_5 x = \log_5 250$  ..... 0,5 т.
- $x = 250$  ..... 0,5 т.

Оценката се формира по формулата

$оценка = 2 + 0,2.n$ , където  $n$  е полученият брой точки от теста.

| Брой точки | % от точките     | Оценка        |
|------------|------------------|---------------|
| 0 – 3      | По-малко от 20%  | Слаб (2)      |
| 4 – 7      | 20% – 37,5%      | Среден (3)    |
| 8 – 12     | 37,5% – 62,5%    | Добър (4)     |
| 13 – 17    | 62,5% – 87,5%    | Мн. добър (5) |
| 18 – 20    | 87,5% или повече | Отличен (6)   |



## УРОК 22. Решаване на успоредник

### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Фигури и тела*

• Знания, умения и отношения – умее да решава успоредник, трапец, четириъгълник и правилен многоъгълник.

Област на компетентност: *Функции. Измерване*

• Знания, умения и отношения – умее да намира лице на четириъгълник и правилен многоъгълник.

Област на компетентност: *Логически знания*

• Знания, умения и отношения – прилага адекватно кванторите „за всяко“ и „съществува“ и понятията *необходимо условие*, *достатъчно условие* и *необходимо и достатъчно условие* в зависимост от ситуацията.

Област на компетентност: *Моделиране*

• Знания, умения и отношения – умее да моделира геометрична ситуация с помощта на тригонометричен израз.

### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Решаване на равнинни фигури* (общо 13 часа)

Изучава се в следната последователност:

**2.1. Решаване на успоредник**

2.2. Решаване на трапец

2.3. Решаване на четириъгълник

2.4. Решаване на правилен многоъгълник

### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Геометрични фигури се използват почти ежедневно. Геометрия има в изкуството, архитектурата, инженерството, роботиката, астрономията, природата, спорта, автомобилите и много други области. Изучаването на геометричните фигури и техните свойства развива дедуктивното мислене, помага да се разбират редица трансформации, развива и пространственото мислене.

### 4. Понятия и умения

| Понятия   | Умения  |
|---|---|
| <i>Ново</i> – няма нови понятия.<br><i>Стари</i> – метрични зависимости; средногеометрично; проекция на катет върху хипотенуза; синус, косинус, тангенс, котангенс. | <i>Ново</i> – умее да решава успоредник.<br><i>Старо</i> – умее да прилага формулите за медианите и ъглополовящите в триъгълник; знае и умее да прилага синусова и косинусова теорема за решаване на произволен триъгълник; умее да преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор на подход за решаването на проблем. |

### 5. Основна цел на урока

- Формиране на умения да решава успоредник.
- Формиране на умение да моделира геометрична ситуация с помощта на алгебричен или тригонометричен израз.

## 6. Дидактически материали, преценка на конкретните условия

цветни маркери, учебник по математика, тетрадка, мултимедия, платформа с електронни ресурси към учебника

## 7. Ход на урока

| Учебна дейност  | Цел   | Форми, методи, средства            | Трудности   |
|---|---|------------------------------------|---|
| Преговор на основните зависимости в произволен триъгълник (формули за медиана, ъглополовяща и лице; синусова и косинусова теорема).   | Въвеждане на темата и мотивиране.   | Беседа за усвояване на нови умения |   |
| <b>Задача 1.</b> Да се намери лицето $S$ на успоредник по дадени:<br>а) страни $a, b (a > b)$ и остър ъгъл между диагоналите $\varphi$ ;<br>б) диагонали $d_1, d_2 (d_1 > d_2)$ и остър ъгъл $\alpha$ между страните му.                      | Формиране на умение за решаване на успоредник.  | Устно и писмено изложение          |   |
| <b>Задача 2.</b> Да се намери лицето $S$ на успоредник, ако един от диагоналите му е $d$ и образува с две съседни страни ъгли $\alpha$ и $\beta$ .  | Формиране на умение за решаване на успоредник.  | Устно и писмено изложение          |   |
| <b>Задача 3.</b> Даден е ромб $ABCD$ с остър ъгъл $\alpha$ .<br>Да се намери $\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ , ако радиусите на окръжностите, описани около $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ , са съответно $R_1$ и $R_2$ . | Усъвършенстване на уменията да се решава успоредник.  | Устно и писмено изложение          | При затруднения с чертежа може да се използва мултимедия. |
| <b>Задача 4.</b> Острият ъгъл на успоредник е $60^\circ$ .<br>Намерете страните му, ако периметърът му е 22, а малкият диагонал е 7.  | Усъвършенстване на уменията да се решава успоредник.  | Самостоятелно упражнение           |   |
| Учителят прави изводи и обобщава урока.   | Систематизиране и обобщение.  | Дискусия                           |   |
| <b>Домашна работа:</b><br>учебник, стр. 46, зад. 2, 3, 4 и 5  | Да се затвърдят уменията на учениците да прилагат новите знания и да развият новите умения. | Индивидуална работа                |   |

## 8. Междупредметни връзки

физика и астрономия

## УРОК 26. Решаване на трапец (Упражнение)

### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Фигури и тела*

• Знания, умения и отношения – умее да решава успоредник, трапец, четириъгълник и правилен многоъгълник.

Област на компетентност: *Функции. Измерване*

• Знания, умения и отношения – умее да намира лице на четириъгълник и правилен многоъгълник.

Област на компетентност: *Логически знания*

• Знания, умения и отношения – прилага адекватно кванторите „за всяко“ и „съществува“ и понятията *необходимо условие*, *достатъчно условие* и *необходимо и достатъчно условие* в зависимост от ситуацията.

Област на компетентност: *Моделиране*

• Знания, умения и отношения – умее да моделира геометрична ситуация с помощта на тригонометричен израз.

### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Решаване на равнинни фигури* (общо 13 часа)

Изучава се в следната последователност:

2.1. Решаване на успоредник

**2.2. Решаване на трапец**

2.3. Решаване на четириъгълник

2.4. Решаване на правилен многоъгълник

### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Геометрични фигури се използват почти ежедневно. Геометрията намира приложение в изкуството, архитектурата, инженерството, роботиката, астрономията, природата, спорта, автомобилите и много други области. Изучаването на геометричните фигури и техните свойства развива дедуктивното мислене, помага да се разбират редица трансформации, развива и пространственото мислене.

### 4. Понятия и умения

| Понятия  | Умения   |
|--|--|
| <p><i>Ново</i> – няма нови понятия.</p> <p><i>Стари</i> – метрични зависимости; средногеометрично; проекция на катет върху хипотенуза; синус, косинус, тангенс, котангенс.</p> | <p><i>Ново</i> – няма нови умения.</p> <p><i>Старо</i> – умее да прилага формулите за медианите и ъглополовящите в триъгълник; знае и умее да прилага синусовата и косинусовата теорема за решаване на произволен триъгълник; умее да преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор на подход за решаването на проблем; умее да решава успоредник.</p> |

## 5. Основна цел на урока

- Затвърждаване и усъвършенстване на уменията за решаване на трапец.

## 6. Дидактически материали, преценка на конкретните условия

цветни маркери, учебник по математика, тетрадка, мултимедия, платформа с електронни ресурси към учебника

## 7. Ход на урока

| Учебна дейност  | Цел   | Форми, методи, средства  | Трудности   |
|---|---|--------------------------|---|
| Преговор на основните зависимости в равнобедрен и произволен трапец.  | Въвеждане на темата и мотивиране.   | Беседа                   |   |
| <b>Задача 1.</b> В равнобедрения трапец $ABCD$ $\sphericalangle BAD = 30^\circ$ , $AB = 4b$ , $CD = b$ , а точката $M$ е средата на голямата основа $AB$ . Да се намерят ъглите на $\triangle CDM$ .  | Усъвършенстване на уменията да се решава трапец.  | Беседа                   |   |
| <b>Задача 2.</b> Окръжност е описана около трапеца $ABCD$ , като центърът ѝ лежи на голямата основа $AB$ . Ако острият ъгъл на трапеца е $\alpha$ , да се намери в какво отношение пресечната точка на диагоналите му дели всеки от тях.                                  | Затвърждаване на уменията да се решава трапец.  | Беседа                   | При затруднения с чертежа може да се използва мултимедия. |
| <b>Задача 3.</b> В трапец $ABCD$ с основи $AB$ и $CD$ точката $F$ е пресечната точка на продълженията на бедрата $AD$ и $BC$ . Да се намери лицето на трапеца, ако $AD = b$ , $\sphericalangle DAC = \sphericalangle ABC = 30^\circ$ и $\sphericalangle AFB = 90^\circ$ . | Затвърждаване на уменията да се решава трапец.  | Самостоятелно упражнение |   |
| <b>Задача 4.</b> В равнобедрен трапец $ABCD$ диагоналите са перпендикулярни, а средната му отсечка е $5\sqrt{2}$ . Да се намери лицето на трапеца.  | Затвърждаване на уменията да се решава трапец.  | Самостоятелно упражнение |   |
| Учителят прави изводи и обобщава урока.   | Систематизиране и обобщение.  | Дискусия                 |   |
| <b>Домашна работа:</b><br>учебник, стр. 54, зад. 1, 2   | Да се затвърдят уменията на учениците да прилагат новите знания и да развият новите умения. | Индивидуална работа      |   |

## 8. Междупредметни връзки

физика и астрономия

## УРОК 34. Тест на тема *Решаване на равнинни фигури* (Контрол и оценка)

### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Фигури и тела*

• Знания, умения и отношения – умее да решава успоредник, трапец, четириъгълник и правилен многоъгълник.

Област на компетентност: *Функции. Измерване*

• Знания, умения и отношения – умее да намира лице на четириъгълник и правилен многоъгълник.

Област на компетентност: *Логически знания*

• Знания, умения и отношения – прилага адекватно кванторите „за всяко“ и „съществува“ и понятията *необходимо условие*, *достатъчно условие* и *необходимо и достатъчно условие* в зависимост от ситуацията.

Област на компетентност: *Моделиране*

• Знания, умения и отношения – умее да моделира геометрична ситуация с помощта на тригонометричен израз.

### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Решаване на равнинни фигури* (общо 13 часа)

Изучава се в следната последователност:

2.1. Решаване на успоредник

2.2. Решаване на трапец

2.3. Решаване на четириъгълник

2.4. Решаване на правилен многоъгълник

### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Геометрични фигури се използват почти ежедневно. Геометрията намира приложение в изкуството, архитектурата, инженерството, роботиката, астрономията, природата, спорта, автомобилите и много други области. Изучаването на геометричните фигури и техните свойства развива дедуктивното мислене, помага да се разбират редица трансформации, развива и пространственото мислене.

### 4. Понятия и умения

| Понятия   | Умения   |
|---|--|
| <i>Ново</i> – няма нови понятия.<br><i>Стари</i> – метрични зависимости; средногеометрично; проекция на катет върху хипотенуза; синус, косинус, тангенс, котангенс. | <i>Ново</i> – няма нови умения.<br><i>Старо</i> – умее да решава успоредник, трапец, четириъгълник, правилен многоъгълник; умее да преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор на подход към решаването на проблем; умее да моделира геометрична ситуация с помощта на алгебричен или тригонометричен израз. |

### 5. Основна цел на урока

Диагностика на знанията и уменията на ученика по темата *Решаване на равнинни фигури* и прилагането им в практико-приложни задачи.

### 6. Дидактически материали

преценка на конкретните условия – собствени задачи, тестове от настоящата книга или от платформата с електронни ресурси към учебника.

## 7. Ход на урока

| Учебна дейност   | Цел   | Тип                       | Форми, методи, средства | Трудности |
|--|---|---------------------------|-------------------------|-----------|
| <p>1. В трапеца <math>ABCD</math> (<math>AB \parallel CD</math>) <math>O</math> е пресечната точка на диагоналите. Намерете лицето на триъгълник <math>ABC</math>, ако <math>S_{AOB} = \frac{64}{5}</math> и <math>S_{COD} = \frac{4}{5}</math>.</p> <p>а) 16 ; б) 18 ; в) <math>\frac{16}{5}</math> ; г) друг отговор.</p>  | Проверка на уменията да се решава трапец.   | Избираем отговор          | Тест                    |           |
| <p>2. Четириъгълникът <math>ABCD</math> е вписан в окръжност, а точката <math>O</math> е пресечната точка на диагоналите му. Права през точката <math>O</math>, перпендикулярна на страна <math>AB</math>, пресича страната <math>CD</math> в точка <math>M</math>. Намерете лицето на <math>ABCD</math>, ако <math>AC = BD = 8\sqrt{2}</math> и точката <math>M</math> е средата на страната <math>CD</math>.</p> | Проверка на уменията да се решава четириъгълник.  | Свободен отговор          | Тест                    |           |
| <p>3. В окръжност с радиус 1 е вписан трапец <math>ABCD</math> с основа <math>AB = 2</math>. Намерете лицето му, ако острият ъгъл между диагоналите е <math>\varphi</math>.</p>  | Проверка на уменията да се моделира геометрична ситуация с помощта на алгебричен или тригонометричен израз. | Пълно решение на задачата | Тест                    |           |

## 8. Скала за оценяване

- Максимален брой точки .....16
- Разпределение на точките по задачи

| Задача № | 1 | 2 | 3 |
|----------|---|---|---|
| Точки    | 3 | 5 | 8 |

- Разпределение на точките на 3. задача:
  - За доказване, че  $AB$  е диаметър .....2 т.
  - За намиране на  $CD = 2 \cos \varphi$  .....2 т.
  - За намиране на височината на трапеца  $\sin \varphi$  .....2 т.
  - За намиране на лицето  $S = (1 + \cos \varphi) \sin \varphi$  или  $S = 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \sin \varphi$  .....2 т.

Оценката се формира по формулата

оценка =  $2 + 0,25.n$ , където  $n$  е полученият брой точки от теста.

| Брой точки | % от точките     | Оценка        |
|------------|------------------|---------------|
| 0 – 3      | По-малко от 20%  | Слаб (2)      |
| 4 – 5      | 20% – 37,5%      | Среден (3)    |
| 6 – 9      | 37,5% – 62,5%    | Добър (4)     |
| 10 – 13    | 62,5% – 87,5%    | Мн. добър (5) |
| 14 – 16    | 87,5% или повече | Отличен (6)   |

## УРОК 41. Формули за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла (Нови знания)

### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Числа. Алгебра*

- Знания, умения и отношения – извършва преобразувания на тригонометрични изрази.
- Знания, умения и отношения – умее да намира стойност на тригонометричен израз.

Област на компетентност: *Фигури и тела*

- Знания, умения и отношения – прилага знания от тригонометрията в планиметрията.

Област на компетентност: *Функции. Измерване*

- Знания, умения и отношения – знае тригонометрични функции на обобщен ъгъл, техните графики и свойства.

Област на компетентност: *Логически знания*

- Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

Област на компетентност: *Моделиране*

- Знания, умения и отношения – умее да моделира геометрична ситуация с помощта на тригонометричен израз.

### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Тригонометрия* (общо 17 часа)

Изучава се в следната последователност:

- 3.1. Обобщен ъгъл. Радиан. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл
- 3.2. Основни тригонометрични тъждества
- 3.3. Четност, нечетност и периодичност на тригонометричните функции
- 3.4. Графики на тригонометричните функции
- 3.5. Формули за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла
- 3.6. Формули за тангенс и котангенс от сбор и разлика на два ъгъла
- 3.7. Формули за тригонометрични функции от удвоен ъгъл
- 3.8. Формули за сбор и произведение на тригонометрични функции

### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Тригонометричните функции описват отношенията на ъглите и страните в триъгълника и намират широко приложение в много други области на математиката, науката и техниката. Те имат важна роля в астрономията и навигацията. Чрез темата се развива математическата грамотност на учениците.

### 4. Понятия и умения

| Понятия   | Умения  |
|---|---|
| <i>Нови</i> – няма нови понятия.<br><i>Стари</i> – обобщен ъгъл; радиан; радианна мярка на ъгъл; четна и нечетна функция; период. | <i>Ново</i> – умее да прилага формулите за сбор и разлика на два ъгъла; умее да преобразува тригонометрични изрази с помощта на формулите за сбор и разлика.<br><i>Старо</i> – умее да превръща градусната мярка на ъгли в радианна и обратно; умее да прилага основните свойства на тригонометричните функции; умее да намира тригонометричните функции на някои специални ъгли. |

### 5. Основна цел на урока

- Въвеждане и доказване на формулата за косинус на разликата на два ъгъла.
- Въвеждане и доказване на формулите за косинус и синус на сбор на два ъгъла и синус на разлика на два ъгъла.
- Формиране на умение за прилагане на формулите за синус и косинус на сбор и разлика на два ъгъла.

## 6. Дидактически материали съгласно конкретните условия

цветни маркери, учебник по математика, тетрадка, платформа с електронни ресурси към учебника

## 7. Ход на урока

| Учебна дейност  | Цел   | Форми, методи, средства              | Трудности  |
|---|---|--------------------------------------|--|
| Преговор на формулите за привеждане:<br>$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$<br>$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$<br>Четност и нечетност:<br>$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$<br>$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ | Въвеждане на темата и мотивиране.   | Беседа за усвояване на нови знания   |  |
| Твърдение: Ако точките $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ са в една координатна система, то за дължината на отсечката $AB$ е изпълнено:<br>$AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ .  | Помощ за доказване на основната формула.  | Беседа за усвояване на нови знания   | Да се обърне внимание, че твърдението е в сила не само когато точките са в първи квадрант. |
| Въвеждане, формулиране и доказване на формулата: $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$ .   | Въвеждане на ново знание.   | Устно и писмено изложение            | Ако има възможност може да се демонстрира чертежът с помощта на програма за чертане.       |
| Въвеждане, формулиране и доказване на формулата: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$ .   | Въвеждане на ново знание.   | Устно и писмено изложение            |  |
| Въвеждане, формулиране и доказване на формулата: $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$ .   | Въвеждане на ново знание.   | Устно и писмено изложение            |  |
| Въвеждане, формулиране и доказване на формулата: $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$ .   | Въвеждане на ново знание.   | Устно и писмено изложение            |  |
| <b>Задача 1.</b> Да се намерят $\sin 15^\circ$ и $\cos 15^\circ$ .  | Формиране на умение за прилагане на формулите.  | Беседа за усвояване на новите знания | Може да се припомни, че има и други начини да се намерят търсените стойности.              |
| <b>Задача 2.</b> Да се пресметне:<br>а) $\sin 50^\circ \cdot \cos 10^\circ + \cos 50^\circ \cdot \sin 10^\circ$ ;<br>б) $\sin 35^\circ \cdot \sin 55^\circ - \cos 35^\circ \cdot \cos 55^\circ$ .                     | Формиране на умение за прилагане на формулите.  | Беседа за усвояване на нови знания   |  |
| Учителят прави изводи и обобщава новите знания в урока.   | Систематизиране и обобщение.  | Дискусия                             |  |
| <b>Домашна работа:</b><br>учебник стр. 82 зад. 1, зад. 2, зад. 3  | Да се затвърдят уменията на учениците да прилагат новите знания и да развият новите умения. | Индивидуална работа                  |  |

## 8. Междупредметни връзки

физика и астрономия



## УРОК 46. Формули за тригонометрични функции от удвоен ъгъл (Упражнение)

### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Числа. Алгебра*

- Знания, умения и отношения – извършва преобразования на тригонометрични изрази.
- Знания, умения и отношения – умее да намира стойност на тригонометричен израз.

Област на компетентност: *Фигури и тела*

- Знания, умения и отношения – прилага знания от тригонометрията в планиметрията.

Област на компетентност: *Функции. Измерване*

• Знания, умения и отношения – знае тригонометрични функции на обобщен ъгъл, техните графики и свойства.

Област на компетентност: *Логически знания*

• Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

Област на компетентност: *Моделиране*

• Знания, умения и отношения – умее да моделира геометрична ситуация с помощта на тригонометричен израз.

### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Тригонометрия* (общо 17 часа).

Изучава се в следната последователност:

- 3.1. Обобщен ъгъл. Радиан. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл
- 3.2. Основни тригонометрични тъждества
- 3.3. Четност, нечетност и периодичност на тригонометричните функции
- 3.4. Графики на тригонометричните функции
- 3.5. Формули за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла
- 3.6. Формули за тангенс и котангенс от сбор и разлика на два ъгъла
- 3.7. Формули за тригонометрични функции от удвоен ъгъл**
- 3.8. Формули за сбор и произведение на тригонометрични функции

### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Тригонометричните функции описват отношенията на ъглите и страните в триъгълника и намират широко приложение в много други области на математиката, науката и техниката. Те имат важна роля в астрономията и навигацията. Темата развива математическата грамотност. На учениците могат да се зададат житейски ситуации и те да използват разнообразни дейности за разрешаването им.

### 4. Понятия и умения

| Понятия   | Умения  |
|---|---|
| <i>Нови</i> – няма нови понятия.<br><i>Стари</i> – обобщен ъгъл; радиан; радианна мярка на ъгъл; четна и нечетна функция; период. | <i>Ново</i> – няма нови умения.<br><i>Старо</i> – умее да превръща градусната мярка на ъгли в радианна и обратно; умее да прилага основните свойства на тригонометричните функции; умее да намира тригонометричните функции на някои специални ъгли; умее да прилага формулите за сбор и разлика на два ъгъла; умее да преобразува тригонометрични изрази с помощта на формулите за сбор и разлика. |

## 5. Основна цел на урока

- Да се затвърдят уменията на учениците да извършват преобразувания на тригонометрични изрази чрез формулите за удвоен ъгъл.
- Да се затвърдят уменията на учениците да намират стойност на тригонометричен израз чрез формулите за удвоен ъгъл.

## 6. Дидактически материали съобразно конкретните условия

цветни маркери, учебник по математика, тетрадка, платформа с електронни ресурси към учебника

## 7. Ход на урока

| Учебна дейност   | Цел  | Форми, методи, средства  | Трудности  |
|--|--|--------------------------|--|
| Запознаване на учениците с темата на урока. Записване на основните зависимости, които се очаква да се упражнят.  | Въвеждане на темата и мотивиране.  | Беседа                   |  |
| <b>Задача 1.</b> В $\triangle ABC$ с $\sphericalangle ACB = \gamma$ и страни $BC = a$ и $AC = b$ да се намери дължината на ъглополовящата $CL$ .                                 | Усъвършенстване на уменията да се прилагат знания от тригонометрията в планиметрията.                                | Беседа                   | Задачата може да се реши по втори начин.                   |
| <b>Задача 2. а)</b> Да се пресметне: $\sin^2(810^\circ + \alpha) + \cos^2(450^\circ - \alpha)$ .   | Усъвършенстване уменията за намиране стойност на тригонометричен израз чрез формулите за удвоен ъгъл.                | Беседа                   |  |
| <b>Задача 2. б)</b> Да се пресметне: $\sin^2(1800^\circ + \alpha) + \cos^2(720^\circ - \alpha) + \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) \operatorname{cotg}(630^\circ - \alpha)$ . | Усъвършенстване на уменията за намиране стойност на тригонометричен израз чрез формулите за удвоен ъгъл.             | Самостоятелно упражнение | При възникнали трудности учителят насочва и дава указания. |
| <b>Задача 3. а)</b> Да се опрости изразът: $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4\alpha}}$ , ако $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ .     | Усъвършенстване на уменията за извършване на преобразувания на тригонометрични изрази чрез формулите за удвоен ъгъл. | Беседа                   |  |
| <b>Задача 3. б)</b> Да се опрости изразът: $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4\alpha}}$ , ако $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ .     | Усъвършенстване на уменията за извършване на преобразувания на тригонометрични изрази чрез формулите за удвоен ъгъл. | Самостоятелно упражнение |  |
| Учителят прави изводи и обобщава придобитите в урока умения.   | Систематизиране и обобщение.   | Дискусия                 |  |
| <b>Домашна работа:</b><br>учебник стр. 92 зад. 1, зад. 2, зад. 3 в)  | Да се затвърдят уменията на учениците да прилагат новите знания и да развият новите умения.                          | Индивидуална работа      |  |

## 8. Междупредметни връзки

физика и астрономия

## УРОК 51. Тест на тема *Тригонометрия* (Контрол и оценка)

### 1. Вид на урока

контрол и оценка

### 2. Клас XI

### 3. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Числа. Алгебра*

- Знания, умения и отношения – извършва преобразувания на тригонометрични изрази.
- Знания, умения и отношения – умее да намира стойност на тригонометричен израз.

Област на компетентност: *Фигури и тела*

- Знания, умения и отношения – прилага знания от тригонометрията в планиметрията.

Област на компетентност: *Функции. Измерване*

• Знания, умения и отношения – знае тригонометрични функции на обобщен ъгъл, техните графики и свойства.

Област на компетентност: *Логически знания*

• Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

Област на компетентност: *Моделиране*

• Знания, умения и отношения – умее да моделира геометрична ситуация с помощта на тригонометричен израз.

### 4. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Тригонометрия* (общо 17 часа)

Изучава се в следната последователност:

- 3.1. Обобщен ъгъл. Радиан. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл
- 3.2. Основни тригонометрични тъждества
- 3.3. Четност, нечетност и периодичност на тригонометричните функции
- 3.4. Графики на тригонометричните функции
- 3.5. Формули за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла
- 3.6. Формули за тангенс и котангенс от сбор и разлика на два ъгъла
- 3.7. Формули за тригонометрични функции от удвоен ъгъл
- 3.8. Формули за сбор и произведение на тригонометрични функции

### 5. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Тригонометричните функции описват отношенията на ъглите и страните в триъгълника и намират широко приложение в много други области на математиката, науката и техниката. Те имат важна роля в астрономията и навигацията. Темата развива математическата грамотност. Учениците могат да бъдат мотивирани чрез задаване на житейски ситуации и използване на разнообразни дейности за разрешаването им.

### 6. Понятия и умения

| Понятия   | Умения  |
|---|---|
| <i>Нови</i> – няма нови понятия.<br><i>Стари</i> – обобщен ъгъл; радиан; радианна мярка на ъгъл; четна и нечетна функция; период. | <i>Ново</i> – няма нови умения.<br><i>Старо</i> – умее да превръща градусната мярка на ъгли в радианна и обратно; умее да прилага основните свойства на тригонометричните функции; умее да намира: стойностите на тригонометричните функции на някои специални ъгли; стойност на тригонометрична функция на ъгъл по дадена стойност на една негова тригонометрична функция. Ученикът умее да преобразува тригонометрични изрази с помощта на изучените формули. |

## 7. Основна цел на урока

Диагностика на знанията и уменията на ученика по темата *Тригонометрия* и прилагането им в практико-приложими задачи:

- Четност, нечетност и периодичност на тригонометрични функции
- Формули за тригонометрични функции от сбор и разлика на два ъгъла
- Формули за тригонометрични функции от удвоен ъгъл
- Формули за сбор и произведение на тригонометрични функции

## 8. Дидактически материали съобразно конкретните условия

собствени задачи, тестове от настоящата книга или от платформата с електронни ресурси към учебника

## 9. Ход на урока:

| Учебна дейност   | Цел   | Тип              | Форми, методи, средства | Трудности |
|--|---|------------------|-------------------------|-----------|
| <p>1. За функцията <math>\sin 2x</math> е вярно, че тя е:</p> <p>а) нечетна, с период <math>2\pi</math></p> <p>б) четна, с период <math>\pi</math></p> <p>в) нечетна, с период <math>\pi</math></p> <p>г) друг отговор</p>   | Проверка на уменията за прилагане на основните свойства на тригонометричните функции.             | Избираем отговор | Тест                    |           |
| <p>2. Ако <math>\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = n, n \neq 0, \alpha \neq k\pi,</math></p> <p>то стойността на израза <math>\frac{1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha}</math> е равна на:</p> <p>а) <math>\frac{1-n^2}{2n}</math>;      б) <math>\frac{1-n^2}{n}</math>;</p> <p>в) <math>\frac{1+n^2}{2n}</math>;      г) друг отговор</p> | Проверка на уменията за прилагане на тригонометричните формули от удвоен ъгъл.                    | Избираем отговор | Тест                    |           |
| <p>3. Ако <math>\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}</math>, то стойността на израза <math>(1 + \operatorname{ctg} \alpha)(1 + \operatorname{ctg} \beta)</math> е равна на:</p> <p>а) 0;    б) 1;    в) 2;    г) друг отговор</p>   | Проверка на уменията за преобразуване на тригонометрични изрази чрез изучените формули.           | Избираем отговор | Тест                    |           |
| <p>4. Определете вида на триъгълника, ако за ъглите му <math>\alpha, \beta, \gamma</math> е изпълнено <math>2 \cos \alpha \cos \beta = 1 - \cos \gamma</math>.</p>   | Проверка на уменията за прилагане на формулите за сбор и произведение на тригонометрични функции. | Свободен отговор | Тест                    |           |

| Учебна дейност   | Цел   | Тип                       | Форми, методи, средства | Трудности   |
|--|---|---------------------------|-------------------------|---|
| <p>5. Ако <math>\alpha, \beta, \gamma</math> са ъгли в триъгълник, докажете, че <math>\sin 2k\alpha + \sin 2k\beta + \sin 2k\gamma = (-1)^{k+1} 4 \sin k\alpha \sin k\beta \sin k\gamma</math>, където <math>k</math> е цяло число.</p> <p>Според нивото на учениците задачата може да се зададе с конкретно <math>k</math>.</p> | Проверка на уменията да се преобразуват тригонометрични изрази. | Пълно решение на задачата | Тест                    | Според нивото на учениците задачата може да се зададе с конкретно $k$ . |

## 10. Скала за оценяване

- Максимален брой точки ..... 20
- Разпределение на точките по задачи

| Задача № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  |
|----------|---|---|---|---|----|
| Точки    | 2 | 2 | 2 | 4 | 10 |

- Разпределение на точките на 5 задача:
  - За  $\sin 2k\alpha + \sin 2k\beta = 2 \sin(k\alpha + k\beta) \cos(k\alpha - k\beta)$  ..... 1 т.
  - За  $\sin 2k\gamma = \sin(2k \cdot 180^\circ - 2k(\alpha + \beta)) = -\sin 2k(\alpha + \beta)$  ..... 2 т.
  - За  $\sin 2k(\alpha + \beta) = 2 \sin k(\alpha + \beta) \cos k(\alpha + \beta)$  ..... 1 т.
  - За прилагане на формула за  $\cos(k\alpha - k\beta) - \cos(k\alpha + k\beta)$  ..... 2 т.
  - За  $\sin(k\alpha + k\beta) = \sin(k \cdot 180^\circ - k\gamma) = -\sin k\gamma$  ..... 2 т.
  - За довършване на задачата ..... 2 т.

Оценката се формира по формулата

$оценка = 2 + 0,2n$ , където  $n$  е полученият брой точки от теста.

| Брой точки | % от точките     | Оценка        |
|------------|------------------|---------------|
| 0 – 4      | По-малко от 25%  | Слаб (2)      |
| 5 – 7      | 25% – 37,5%      | Среден (3)    |
| 8 – 12     | 37,5% – 62,5%    | Добър (4)     |
| 13 – 17    | 62,5% – 87,5%    | Мн. добър (5) |
| 18 – 20    | 87,5% или повече | Отличен (6)   |

## УРОК 52. Условна вероятност. Теорема за умножение на вероятностите. Независимост

### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Елементи от вероятности и статистика*

- Знания, умения и отношения – използва множества от данни за отговаряне на въпроси и решаване на задачи.

- Знания, умения и отношения – знае понятието *условна вероятност* и умее да го прилага за намиране на вероятност на сечение да две събития.

Област на компетентност: *Моделиране*

- Знания, умения и отношения – умее да прилага вероятност на съставно (сложно) събитие при решаване на конкретни проблеми.

Област на компетентност: *Логически знания*

- Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Вероятности* (общо 12 часа)

Изучава се в следната последователност:

#### 4.1. Условна вероятност. Теорема за умножение на вероятностите. Независимост.

4.2. Модели на многократни експерименти с два възможни изхода

4.3. Разпределение на вероятностите със сума 1

4.4. Геометрична вероятност върху правата като отношение на дължини на интервали

4.5. Геометрична вероятност в равнината като отношение на лица

### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Понятието вероятност има важно значение и широко приложение при предвиждането на възможни събития, разбирането на поведението на сложни системи в различни области, откриването на закономерности. Темата развива математическата грамотност. Учениците могат да бъдат мотивирани чрез задаване на житейски ситуации и използване на разнообразни дейности за разрешаването им.

### 4. Понятия и умения

| Понятия  | Умения  |
|--|---|
| <i>Нови</i> – условна вероятност, независими събития.<br><i>Стари</i> – множество, подмножество, елементарно събитие, случайно събитие, класическа вероятност на случайно събитие, несъвместими събития. | <i>Ново</i> – умее да пресмята условна вероятност, умее да намира вероятност на сечение на две събития, умее да различава независими събития.<br><i>Старо</i> – умее да намира вероятност на случайно събитие, умее да намира вероятност на несъвместими събития. |

### 5. Основна цел на урока

- Въвеждане на понятието *условна вероятност*.
- Въвеждане на теоремата за умножение на вероятностите.
- Формиране на умение за прилагане на теоремата за умножение на вероятностите.
- Въвеждане на понятието *независими събития*.
- Запознаване със свойствата на независимите събития.
- Формиране на умения за определяне кои случайни събития са независими и прилагане на теоремата за умножение на вероятностите при независими събития.
- Формиране на умения за намиране на вероятност на сечение на две събития.

## 6. Дидактически материали съобразно конкретните условия

цветни маркери, учебник по математика, тетрадка, платформа с електронни ресурси към учебника

## 7. Ход на урока

| Учебна дейност   | Цел  | Форми, методи, средства            | Трудности   |
|--|--|------------------------------------|---|
| <b>Задача 1.</b> В урна с 10 топки 6 са червени, а останалите – бели. По случаен начин се изважда една топка, която не се връща в урната, след което отново се изважда една топка. Да се изчисли вероятността при второто изваждане топката да е бяла, ако първата извадена топка също е бяла. | Въвеждане в темата и мотивиране.               | Беседа за усвояване на нови знания | Идеята е задачата да се реши със знанията за класическа вероятност като отношение на благоприятни изходи към общ брой изходи. |
| Разглеждаме същата задача, като се въвеждат две случайни събития и се въведе понятието <i>условна вероятност</i> .   | Въвеждане в темата.                            | Беседа за усвояване на нови знания |   |
| Формулиране на определението на понятието <i>условна вероятност</i> на случайно събитие $P(A B)$ .   | Въвеждане на ново знание.                      | Устно и писмено изложение          | Трябва да се обърне внимание, че е от съществена важност събитието $B$ да е с ненулева вероятност.                            |
| Обясняваме зависимостта<br>$P(A B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)},$ като използваме диаграми на Ойлер – Вен.   | Въвеждане на ново знание.                      | Устно и писмено изложение          | Може да се използва компютърна програма за чертане (GeoGebra, Paint) за по-добро и нагледно обяснение.                        |
| Формулиране и обяснение на теоремата за умножение на вероятностите $P(A \cap B) = P(A \cdot B) = P(B) \cdot P(A B)$  | Въвеждане на ново знание.                      | Устно и писмено изложение          | Тук трябва да се обърне внимание, че събитията $A \cdot B$ и $B \cdot A$ съвпадат.  |
| Припомнят се зависимостите:<br>Ако $A$ и $B$ са <b>несъвместими</b> събития, то<br>$P(A + B) = P(A) + P(B).$ Ако $A$ и $B$ са <b>съвместими</b> , то<br>$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B).$   | Актуализиране на стари знания.                 | Устно и писмено изложение          | Могат да се покажат елементарни примери.  |
| <b>Задача 2.</b> За случайните събития $A$ и $B$ е известно, че $P(A) = 0,2$ ; $P(B) = 0,4$ и $P(A + B) = 0,5$ .<br>Да се намери $P(B A)$ .  | Формиране на умения за прилагане на теоремата. | Беседа за усвояване на нови знания | Може да се използват диаграми на Ойлер – Вен.   |

| Учебна дейност  | Цел   | Форми, методи, средства            | Трудности   |
|---|---|------------------------------------|---|
| <b>Задача 3.</b> При условието на задача 1 по случаен начин изваждаме една топка, която се връща в урната, след което издаждаме втора топка. Да се изчисли вероятността втората извадена топка да е бяла, ако първата е била бяла.  | Въвеждане на ново понятие и мотивиране.   | Беседа за усвояване на нови знания |   |
| Формулиране на определението за независими събития.   | Въвеждане на ново знание.   | Устно и писмено изложение          |   |
| Формулиране на критерии за независимост на две случайни събития.  | Въвеждане на ново знание.   | Устно и писмено изложение          | Трябва да се разграничат ясно понятията <i>независимост</i> и <i>несъвместимост</i> . |
| Формулиране на следствия от независимостта на две случайни събития.<br>$P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B})$ $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B)$ $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$  | Въвеждане на ново знание.   | Устно и писмено изложение          |   |
| <b>Допълнителна задача.</b><br>За събитията $A$ и $B$ се знае, че са независими и $P(A) = \frac{1}{3}$ , $P(B) = \frac{1}{5}$ . Намерете<br>а) $P(A\bar{B})$ ; б) $P(\bar{A}\bar{B})$ .   | Формиране на умение за прилагане на критерия за независимост.                               | Беседа за усвояване на нови знания | Може да се използват диаграми на Ойлер – Вен.   |
| Учителят прави изводи и обобщава.   | Систематизиране, обобщение.   | Дискусия                           |   |
| <b>Домашна работа:</b><br>1. Кутия съдържа 20 детайла, от които 4 са дефектни, а останалите са стандартни. По случаен начин от кутията е изваден детайл, който не се връща в кутията, след което е изваден втори детайл. Изчислете вероятността:<br>а) първият детайл да е дефектен; б) вторият детайл да е дефектен, ако първият е бил стандартен;<br>в) вторият детайл да е дефектен, ако първият също е бил дефектен.<br>2. Дадени са случайни събития $A$ и $B$ , за които $P(A) = 0,3$ ; $P(B) = 0,4$ и $P(A+B) = 0,6$ . Намерете:<br>а) $P(A\bar{B})$ ; б) $P(A B)$ ;<br>в) $P(A \bar{B})$ .<br>3. Хвърлени са два зара – червен и бял. Нека събитие $A$ е „Резултатът на червения зар е 3“, а събитие $B$ – „Резултатът на белия зар е 3“. Намерете:<br>а) $P(A B)$ ;<br>б) независими ли са събитията $A$ и $B$ . | Да се затвърдят уменията на учениците да прилагат новите знания и да развият новите умения. | Индивидуална работа                |   |

## 8. Междупредметни връзки

биология и здравно образование



## УРОК 55. Модели на многократни експерименти с два възможни изхода (Упражнение)

### 1. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Елементи от вероятности и статистика*

• Знания, умения и отношения – използва множества от данни за отговаряне на въпроси и решаване на задачи.

• Знания, умения и отношения – знае да разпознава и прилага модели на многократни опити с два възможни изхода в конкретни практически ситуации.

Област на компетентност: *Моделiranje*

• Знания, умения и отношения – умее да прилага вероятност на съставно (сложно) събитие при решаване на конкретни проблеми.

Област на компетентност: *Логически знания*

• Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

### 2. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Вероятности* (общо 12 часа)

Изучава се в следната последователност:

4.1. Условна вероятност. Теорема за умножение на вероятностите. Независимост

**4.2. Модели на многократни експерименти с два възможни изхода**

4.3. Разпределение на вероятностите със сума 1

4.4. Геометрична вероятност върху правата като отношение на дължини на интервали

4.5. Геометрична вероятност в равнината като отношение на лица

### 3. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Понятието *вероятност* има важно значение и широко приложение при предвиждането на възможни събития, разбирането на поведението на сложни системи в различни области, откриването на закономерности. Темата развива математическата грамотност. Учениците могат да бъдат мотивирани чрез задаване на житейски ситуации и използване на разнообразни дейности за разрешаването им.

### 4. Понятия и умения

| Понятия  | Умения   |
|--|--|
| <i>Нови</i> – няма нови понятия.<br><i>Стари</i> – множество; подмножество; елементарно събитие; случайно събитие; класическа вероятност на случайно събитие; несъвместими събития; независими събития; многократни случайни експерименти; схема на Бернули; формула на Бернули. | <i>Ново</i> – знае да разпознава и прилага модели на многократни опити с два възможни изхода до първи успех.<br><i>Старо</i> – умее да намира вероятност на случайно събитие; умее да намира вероятност на несъвместими събития и на независими събития; умее да прилага формулата на Бернули. |

### 5. Основна цел на урока

- Въвеждане на понятието *многократни експерименти* с два възможни изхода до първи „успех“.
- Въвеждане на формула за изчисляване на вероятност при схема на Бернули до първи „успех“.
- Формиране на умение за прилагане на формула за изчисляване на вероятност при схема на Бернули до първи „успех“.
- Затвърждаване на уменията за прилагане на формулата на Бернули.

## 6. Дидактически материали съгласно конкретните условия

цветни маркери, учебник по математика, тетрадка, калкулатор, платформа с електронни ресурси към учебника

## 7. Ход на урока

| Учебна дейност  | Цел   | Форми, методи, средства   | Трудности   |   |   |            |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---------------------------|---|---|---|------------|--|--|--|--|--|--|--|
| Запознаване на учениците с темата на урока. Записване на основните зависимости, които се очаква да се упражнят.   | Въвеждане на темата и мотивиране.   | Беседа                    |   |   |   |            |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Задача 1.</b> Правилен зар е хвърлен 4 пъти. Кое събитие е по-вероятно?<br>а) В нито един опит да не се получи шестлица или поне в един опит да се получи шестлица.<br>б) В нито един опит да не се получи шестлица или точно в един опит да се получи шестлица.   | Усъвършенстване умението за намиране на вероятност при серия от независими опити с два изхода.    | Беседа                    | При затруднение в процеса на изчисленията може да се използва калкулатор. |   |   |            |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Задача 2.</b> Хвърляме правилна монета, докато за първи път се появи резултат „лице“. Да се намери вероятността това да стане от 3-ти опит.<br><i>Показва се решение на задачата с използване на двоично дърво.</i>  | Усъвършенстване на умението за намиране на вероятност при серия от независими опити с два изхода. | Беседа                    |   |   |   |            |  |  |  |  |  |  |  |
| Обобщава се ситуацията при серия от опити по схемата на Бернули, които се прекратяват при първия „успех“<br>$P\left(\overline{A} \overline{A} \dots \overline{A} A\right) = (1-p)^{n-1} \cdot p.$   | Въвеждане на нова формула.  | Устно и писмено изложение |   |   |   |            |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Задача 3.</b> Извършваме опити с хвърляне на два стандартни зара. Опитите продължават, докато получим две шестници. Каква е вероятността това да стане: а) при 2-ри опит; б) при 4-ти опит; в) при 6-ти опит?  | Формиране на умение за прилагане на новата формула.   | Беседа                    | При затруднение в процеса на изчисленията може да се използва калкулатор. |   |   |            |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Разделя се класът на две групи:</b><br>Едната група решава задачата с вероятност за бяла топка, а другата с вероятност за черна топка.<br><b>Допълнителна задача.</b><br>В урна има 4 бели и 4 черни топки. По случаен начин изваждаме последователно топки от урната, без връщане, докато получим бяла/черна топка. Попълнете таблицата.      | Усъвършенстване умението за намиране на вероятност при серия от независими опити с два изхода.    | Самостоятелно упражнение  |   |   |   |            |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">Опит №</td> <td style="width: 15%;">1</td> <td style="width: 15%;">2</td> <td style="width: 15%;">3</td> <td style="width: 15%;">4</td> </tr> <tr> <td>Вероятност</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> | Опит №  | 1                         | 2   | 3 | 4 | Вероятност |  |  |  |  |  |  |  |
| Опит №  | 1   | 2                         | 3   | 4 |   |            |  |  |  |  |  |  |  |
| Вероятност  |   |                           |   |   |   |            |  |  |  |  |  |  |  |

| Учебна дейност  | Цел                            | Форми, методи, средства | Трудности   |   |   |            |  |  |  |  |   |                     |  |
|---|--------------------------------|-------------------------|---|---|---|------------|--|--|--|--|---|---------------------|--|
| Ученик от всяка група представя решението си.   | Приложение на знания и умения. | Изложение               | При трудности учителят помага за по-доброто изложение на решението. |   |   |            |  |  |  |  |   |                     |  |
| Сравняват се резултатите и се правят изводи.  | Приложение на знания и умения. | Беседа                  |   |   |   |            |  |  |  |  |   |                     |  |
| Учителят прави изводи и обобщава урока.   | Систематизиране и обобщение.   | Дискусия                |   |   |   |            |  |  |  |  |   |                     |  |
| <p><b>Домашна работа:</b></p> <p><b>1.</b> Ученик трябва да отговори на 3 въпроса само с ДА или НЕ. Тъй като не е подготвен, той отговаря по случаен начин. Намерете вероятността:<br/> а) да отговори вярно точно на един въпрос;<br/> б) да отговори вярно на всички въпроси;<br/> в) да отговори вярно поне на един въпрос.</p> <p><b>2.</b> Учителката знае, че вероятността Стоян да си напише домашното за всеки час по математика, е 20%. Каква е вероятността в следващите 4 часа по математика Стоян да има домашно поне веднъж?</p> <table border="1" data-bbox="103 1124 553 1257"> <thead> <tr> <th>Опит №</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Вероятност</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p><b>3.</b> Урна съдържа 2 червени и 3 зелени топки. По случаен начин изваждаме последователно топки от урната, без връщане, докато получим червена топка. Попълнете вероятностите на съответните места в таблицата.</p> | Опит №                         | 1                       | 2   | 3 | 4 | Вероятност |  |  |  |  | Да се затвърдят уменията на учениците да прилагат новите знания и да развият новите умения. | Индивидуална работа |  |
| Опит №  | 1                              | 2                       | 3   | 4 |   |            |  |  |  |  |   |                     |  |
| Вероятност  |                                |                         |   |   |   |            |  |  |  |  |   |                     |  |

## 8. Междупредметни връзки

биология и здравно образование

## УРОК 63. Тест на тема *Вероятности* (Контрол и оценка)

### 1. Вид на урока

контрол и оценка

### 2. Клас XI

### 3. Място на урока в ДОС

Област на компетентност: *Елементи от вероятности и статистика*

- Знания, умения и отношения – знае понятието *условна вероятност* и умее да го прилага за намиране на вероятност на сечение на две събития.

- Знания, умения и отношения – знае да разпознава и прилага модели на многократни опити с два възможни изхода в конкретна практическа ситуация.

- Знания, умения и отношения – знае понятието *геометрична вероятност* и умее да я намира в конкретни ситуации върху правата и в равнината.

Област на компетентност: *Фигури и тела*

- Знания, умения и отношения – умее да решава успоредник, трапец, четириъгълник и правилен многоъгълник.

Област на компетентност: *Моделиране*

- Знания, умения и отношения – умее да прилага вероятност на съставно (сложно) събитие при решаване на конкретни проблеми.

Област на компетентност: *Логически знания*

- Знания, умения и отношения – преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация и умее да обосновава изводи.

### 4. Място на урока в учебната програма

Глобална тема: *Вероятности* (общо 12 часа)

Изучава се в следната последователност:

4.1. Условна вероятност. Теорема за умножение на вероятностите. Независимост

4.2. Модели на многократни експерименти с два възможни изхода

4.3. Разпределение на вероятностите със сума 1

4.4. Геометрична вероятност върху правата като отношение на дължини на интервали

4.5. Геометрична вероятност в равнината като отношение на лица

### 5. Очаквани резултати от темата

Знае понятието *условна вероятност* и умее да го прилага. Знае понятието *независими събития* и умее да ги определя чрез критерий за независимост. Знае да разпознава модели с многократни опити в конкретни практични ситуации. Умее да прилага формулата на Бернули. Разбира и знае да пресмята разпределение на вероятностите със сума 1. Знае понятието *геометрична вероятност върху правата* и умее да я намира като отношение на дължини на отсечки. Знае понятието *геометрична вероятност в равнината* и умее да я намира като отношение на лица.

### 6. Значение на темата. Мотивиране на учениците

Понятието *вероятност* има важно значение и широко приложение при предвиждането на възможни събития, разбирането на поведението на сложни системи в различни области, откриването на закономерности. Темата развива математическата грамотност. Учениците могат да бъдат мотивирани чрез задаване на житейски ситуации и използване на разнообразни дейности за разрешаването им.

## 7. Понятия и умения

| Понятия  | Умения  |
|--|---|
| <p><i>Нови</i> – няма нови понятия.</p> <p><i>Стари</i> – множество; подмножество; елементарно събитие; случайно събитие; класическа вероятност на случайно събитие; несъвместими събития; независими събития; геометрична вероятност.</p> | <p><i>Ново</i> – няма нови умения.</p> <p><i>Старо</i> – умее да намира вероятност на случайно събитие; умее да намира вероятност на несъвместими събития и на независими събития; умее да намира геометрична вероятност върху права и в равнина.</p> |

## 8. Основна цел на урока

Диагностика на знанията и уменията на ученика по темата *Вероятности* и прилагането им в практико-приложни задачи.

- Условна вероятност, формула за умножение на вероятности, независимост
- Модели на многократни опити с два възможни изхода
- Разпределение на вероятностите със сума 1
- Геометрична вероятност върху правата като отношения на отсечки
- Геометрична вероятност в равнината като отношения на лица

## 9. Дидактически материали според конкретните условия

собствени задачи, тестове от настоящата книга, задачи от платформата с електронни ресурси към учебника

## 10. Ход на урока

| Учебна дейност  | Цел  | Тип              | Форми, методи, средства | Трудности |
|---|--|------------------|-------------------------|-----------|
| <p>1. Нека <math>\Omega = [0; 1]</math>, а <math>A</math> е събитието случайно избрана точка от <math>\Omega</math> да е от интервала <math>\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right]</math>. Вероятността <math>P(A)</math> е равна на:</p> <p>а) <math>\frac{1}{3}</math>; б) <math>\frac{1}{4}</math>; в) <math>\frac{3}{4}</math>; г) <math>\frac{1}{12}</math></p> | Проверка на уменията за намиране на геометрична вероятност върху правата.            | Избираем отговор | Тест                    |           |
| <p>2. Вероятността при три хвърляния на правилна монета точно два пъти да се падне „гръб“, е:</p> <p>а) <math>\frac{3}{8}</math>; б) <math>\frac{1}{4}</math>; в) <math>\frac{1}{8}</math>; г) <math>\frac{2}{3}</math></p>   | Проверка на уменията за пресмятане на вероятност при многократни опити с два изхода. | Избираем отговор | Тест                    |           |
| <p>3. Кое от равенствата за случайните събития <math>A</math> и <math>B</math> <b>не-винаги</b> е вярно?</p> <p>а) <math>P(A B) = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)}</math>; б) <math>P(B A) = \frac{P(AB)}{P(A)}</math>;</p> <p>в) <math>P(A B) = P(B A)</math>; г) <math>P(B) \cdot P(A B) = P(A) \cdot P(B A)</math></p>  | Проверка за познаване формулата за условна вероятност.                               | Избираем отговор | Тест                    |           |

| Учебна дейност  | Цел   | Тип                       | Форми, методи, средства | Трудности |
|---|---|---------------------------|-------------------------|-----------|
| 4. За случайните събития $A$ и $B$ е известно, че $P(\bar{A})=0,2$ ; $P(\bar{B})=0,4$ и $P(B A)=0,625$ .<br>Намерете $P(A.B)$ .   | Проверка на уменията за прилагане на формулата за умножение на вероятностите.     | Свободен отговор          | Тест                    |           |
| 5. Двама стрелци стрелят независимо един от друг в цел. Вероятността за попадение е съответно 70% на първия и 90% на втория. Да се намери вероятността поне един от тях да уличи целта.                   | Проверка на уменията да се намира вероятност на обединение на независими събития. | Свободен отговор          | Тест                    |           |
| 6. Два стандартни зара – бял и червен, са хвърлени. Намерете вероятността сумата от точките на двата зара да е по-голяма от 7 точки, ако се знае, че на белия зар резултатът е по-голям от 2 точки.       | Проверка на уменията за намиране на условна вероятност.                           | Свободен отговор          | Тест                    |           |
| 7. Урна съдържа 2 бели и 8 червени топки. По случаен начин се изваждат две топки. Нека $X$ е броят на белите топки в извадката. Съставете разпределението на величината $X$ .                             | Проверка на уменията за пресмятане на разпределение на вероятностите със сума 1.  | Пълно решение на задачата | Тест                    |           |
| 8. Около равностранния $\triangle ABC$ е описан кръг с център т. $O$ . По случаен начин е избрана точка от вътрешността на кръга. Намерете вероятността точката да е от вътрешността на $\triangle AOB$ . | Проверка на уменията за намиране на геометрична вероятност в равнината.           | Пълно решение на задачата | Тест                    |           |

### 11. Скала за оценяване:

- Максимален брой точки ..... 32
- Разпределение на точките по задачи

| Задача № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Точки    | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 8 | 9 |

- Разпределение на точките на 7. задача:
  - За определяне множеството от стойности на величината ..... 2 т.
  - За намирането на всяка от вероятностите ..... по 2 т.

- Разпределение на точките на 8. задача:
  - За правилен чертеж ..... 1 т.
  - За подходящи означения ..... 1 т.
  - За изразяване на лицето на триъгълника ..... 3 т.
  - За изразяване на лицето на кръга ..... 1 т.
  - За прилагане формулата за геометрична вероятност ..... 2 т.
  - За отговор на задачата ..... 1 т.

Оценката се формира по формулата

$оценка = 2 + 0,125.n$ , където  $n$  е полученият брой точки от теста.

| Брой точки | % от точките     | Оценка        |
|------------|------------------|---------------|
| 0 – 8      | По-малко от 25%  | Слаб (2)      |
| 9 – 12     | 25% – 37,5%      | Среден (3)    |
| 13 – 20    | 37,5% – 62,5%    | Добър (4)     |
| 21 – 28    | 62,5% – 87,5%    | Мн. добър (5) |
| 29 – 32    | 87,5% или повече | Отличен (6)   |

## 4. ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

### ВХОДНО НИВО

#### Тест 1

Изберете три от задачите от 1 до 4, всяка от които има по един верен отговор от дадените четири отговора.

Изберете една от задачите 5 или 6, при които се иска да се запише само отговорът.

Изберете една от задачите 7 или 8, които трябва да се решат подробно.

1. Ако в триъгълник  $ABC$   $b = 24, c = 31$  и  $\gamma = 120^\circ$ , на колко е равна страната  $a$ ?  
а)  $a = 9$ ;            б)  $a = 10$ ;            в)  $a = 11$ ;            г) друг отговор
2. В триъгълник  $ABC$  е известно, че  $a : b : c = 1 : \sqrt{3} : k$  и  $\beta = 120^\circ$ . Колко е стойността на  $k$ ?  
а)  $\frac{1}{2}$ ;            б) 2;            в) 1;            г) друг отговор
3. Радиусът на описаната около триъгълник  $ABC$  окръжност, ако  $c = 4\sqrt{3}$  и  $\gamma = 60^\circ$ , е:  
а) 4;            б) 8;            в)  $8\sqrt{3}$ ;            г) друг отговор
4. Страната на ромба  $ABCD$  има дължина 5, а острият му ъгъл при върха  $A$  има големина  $60^\circ$ . Дължината на радиуса на окръжността, описана около триъгълник  $ABD$ , е:  
а)  $R = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ ;            б)  $R = 5\sqrt{3}$ ;            в)  $R = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ ;            г) друг отговор
5. Намерете лицето  $S$  на триъгълник  $ABC$ , ако са дадени  $a, b + c = m$  и  $\sphericalangle BAC = \alpha$ .
6. Лицето на триъгълник е 84, а две от страните му имат дължини 14 и 15. Намерете дължината на третата му страна.
7. Намерете дължината на страната  $a$  на триъгълник  $ABC$  с лице  $S$  и ъгли  $\alpha$  и  $\beta$ .
8. В триъгълник  $ABC$  медианата  $AM$  ( $M \in BC$ ) и височината  $BN$  ( $N \in AC$ ) се пресичат в точка  $G$ . Намерете ъглите на триъгълник  $ABC$ , ако четириъгълникът  $NGMC$  е вписан в окръжност и  $\sphericalangle BAC = 60^\circ$ .



**ВХОДНО НИВО**  
**Тест 2**

Изберете три от задачите от 1 до 4, всяка от които има по един верен отговор от дадените четири отговора.

Изберете една от задачите 5 или 6, при които се иска да се запише само отговорът. Изберете една от задачите 7 или 8, които трябва да се решат подробно.

1. Ако в триъгълник  $ABC$   $a = 11, c = 31$  и  $\gamma = 120^\circ$ , на колко е равна страната  $b$ ?  
а)  $b = 23$ ;      б)  $b = 24$ ;      в)  $b = 25$ ;      г) друг отговор
  
2. Колко е големината на ъгъл  $\alpha$  в триъгълник  $ABC$ , ако е известно, че  $a : b : c = 1 : \sqrt{3} : k$  и  $\beta = 120^\circ$ ?  
а)  $\alpha = 60^\circ$ ;      б)  $\alpha = 30^\circ$ ;      в)  $\alpha = 45^\circ$ ;      г) друг отговор
  
3. Радиусът на описаната около триъгълник  $ABC$  окръжност, ако  $b = 12$  и  $\beta = 45^\circ$ , е:  
а) 6;      б)  $6\sqrt{2}$ ;      в)  $12\sqrt{2}$ ;      г) друг отговор
  
4. Страната на ромба  $ABCD$  има дължина 5, а острият му ъгъл при върха  $A$  има големина  $60^\circ$ . Намерете дължината на радиуса на окръжността, описана около триъгълник  $ABC$ .  
а)  $R = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ ;      б)  $R = 5$ ;      в)  $R = 5\sqrt{3}$ ;      г) друг отговор
  
5. Намерете лицето  $S$  на триъгълник  $ABC$ , ако са дадени  $a, b - c = n$  и  $\sphericalangle BAC = \alpha$ .
  
6. Лицето на триъгълник е 84, а две от страните му имат дължини 14 и 15. Намерете дължината на радиуса на вписаната в него окръжност.
  
7. Намерете дължината на страната  $b$  в триъгълник  $ABC$ , с лице  $S$  и ъгли  $\alpha$  и  $\beta$ .
  
8. В триъгълник  $ABC$  височината  $AM$  ( $M \in BC$ ) и ъглополовящата  $BN$  ( $N \in AC$ ) се пресичат в точка  $G$ . Намерете ъглите на триъгълник  $ABC$ , ако четириъгълникът  $NGMC$  е вписан в окръжност и  $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ .

**РЕШАВАНЕ НА РАВНИННИ ФИГУРИ****Тест 1**

Изберете една от задачите 1 или 2, всяка от които има по един верен отговор от дадените четири отговора.

Изберете една от задачите 3 или 4, при които се иска да се запише само отговорът.

Изберете една от задачите 5 или 6, които трябва да се решат подробно.

1. В трапеца  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ )  $O$  е пресечната точка на диагоналите му. На колко е равно лицето на триъгълник  $AOD$ , ако  $S_{AOB} = \frac{64}{5}$  и  $S_{COD} = \frac{4}{5}$ ?  
а)  $S_{AOD} = \frac{16}{5}$ ;                      б)  $S_{AOD} = 16$ ;                      в)  $S_{AOD} = \frac{16}{25}$ ;                      г) друг отговор
2. В трапеца  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ )  $O$  е пресечната точка на диагоналите му. На колко е равно лицето на трапеца, ако  $S_{AOB} = \frac{64}{5}$  и  $S_{COD} = \frac{4}{5}$ ?  
а)  $S = 25$ ;                      б)  $S = 20$ ;                      в)  $S = \frac{84}{5}$ ;                      г) друг отговор
3. Даден е трапецът  $ABCD$  ( $AB \parallel CD, AB > CD$ ),  $AB = a$  и  $CD = b$ . Продълженията на бедрата  $AD$  и  $BC$  се пресичат в точка  $M$ . През точката  $M$  е прекарана права, успоредна на  $AB$ , която пресича правата  $AC$  в точката  $P$  и пресича правата  $BD$  в точката  $K$ . Намерете дължината на отсечката  $PK$ .
4. Трапецът  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) има лице  $S$ . Точката  $M$  е среда на бедрото  $BC$ . Намерете лицето на триъгълник  $ADM$ .
5. Даден е правоъгълен триъгълник  $ABC$  ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ) с катети  $a$  и  $b$ . Със страна хипотенузата на триъгълника е построен квадрат, така че той и триъгълникът са в различни полуравнини относно правата на хипотенузата. Намерете разстоянието от върха на правия ъгъл на триъгълника до центъра  $O$  на квадрата.
6. Докажете, че ако един четириъгълник е вписан в окръжност и между страните му е в сила зависимостта  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ , където  $AB = a, BC = b, CD = c$  и  $DA = d$ , то поне единият от диагоналите на четириъгълника е диаметър на окръжността.

## РЕШАВАНЕ НА РАВНИННИ ФИГУРИ

### Тест 2

Изберете една от задачите 1 или 2, всяка от които има по един верен отговор от дадените четири отговора.

Изберете една от задачите 3 или 4, при които се иска да се запише само отговорът.

Изберете една от задачите 5 или 6, които трябва да се решат подробно.

1. В правоъгълника  $ABCD$ ,  $AB = \frac{\sqrt{3}}{3}$  и ъгълът между диагоналите му има големина  $\frac{\pi}{3}$ . Лицето на правоъгълника е равно на:  
а)  $S = \frac{\sqrt{3}}{9}$ ;                      б)  $S = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;                      в)  $S = 1$ ;                      г) друг отговор
2. Лицето на ромб е 100, а острият му ъгъл има големина  $\frac{\pi}{6}$ . Дължините на диагоналите му са:  
а)  $\sqrt{201} \pm 1$ ;                      б)  $10(\sqrt{3} \pm 1)$ ;                      в)  $2(\sqrt{51} \pm 1)$ ;                      г) друг отговор
3. Отсечките, съединяващи средите на двойките срещуположни страни в един четириъгълник, са  $p$  и  $q$  ( $p \neq q$ ), а ъгълът между диагоналите му е  $\varphi$ . Намерете лицето на четириъгълника.
4. Диагоналите на четириъгълник са  $p$  и  $q$  ( $p \neq q$ ), а ъгълът между отсечките, съединяващи средите на двойките срещуположни страни, е  $\varphi$ . Намерете лицето на четириъгълника.
5. Равнобедрен трапец с основи  $a$  и  $b$  е описан около окръжност. Намерете лицето на четириъгълника с върховете допирните точки на страните на трапеца с окръжността.
6. Равнобедрен трапец с основи  $a$  и  $b$  е описан около окръжност. Намерете отношението на лицата на трапеците, на които се разделя даденият трапец от отсечката, съединяваща допирните точки на бедрата с окръжността.

## СТЕПЕН И ЛОГАРИТЪМ

### Тест 1

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 7 и 8 да се решат подробно.

1. Числената стойност на израза  $\sqrt[3]{-8} + \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[3]{2}$  е:
 

а) 5;                                      б) 9;                                      в) 10;                                      г) 15
  
2. За числата  $a = 3^{-1}$ ,  $b = -3^{\frac{1}{2}}$  и  $c = (-3)^{-1}$  вярната подредба е:
 

а)  $c < a < b$ ;                              б)  $b < c < a$ ;                              в)  $b < a < c$ ;                              г)  $a < c < b$
  
3. Ако  $m = \log_2 5$ , то  $\log_2 40$  е равен на:
 

а)  $3m$ ;                                      б)  $3 - m$ ;                                      в)  $\frac{m}{3}$ ;                                      г)  $3 + m$
  
4. Намерете стойността на израза  $5^{\log_5 10 - 1}$ .
  
5. Представете като произведение израза  $a^{\frac{3}{2}} - 125a^{\frac{1}{2}}$ , ако  $a$  е положително число.
  
6. Намерете стойностите на  $x$ , за които изразът  $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^x} - 1$  е дефиниран.
  
7. При  $\theta > 0$  и  $a \cdot b < 0$  опростете израза  $\frac{1}{b} \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 - b^3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{a^2 - b^3} - a}$ .
  
8. Намерете  $x$ , ако  $\log_{0,2} x = \log_{\sqrt{5}} 5$ .

**СТЕПЕН И ЛОГАРИТЪМ**  
**Тест 2**

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.  
За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът.  
Задачи 7 и 8 да се решат подробно.

1. За числото  $a$ , равно на стойността на израза  $\frac{\sqrt[3]{(-3)^{-3}} \cdot \sqrt[3]{-3}}{\sqrt[3]{3}}$ , е вярно, че:

- а)  $0 < -1$ ;                      б)  $-1 < 0 < 0$ ;                      в)  $0 < 0 < 1$ ;                      г)  $0 > 1$

2. Изразът  $\frac{3}{25^{\frac{1}{3}} + 10^{\frac{1}{3}} + 4^{\frac{1}{3}}}$  е тъждествено равен на:

- а)  $2^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}}$ ;                      б)  $-1$ ;                      в)  $1$ ;                      г)  $5^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}}$

3. Ако  $\log_{\frac{1}{4}} x < \log_{0,25} y$ , то за  $x$  и  $y$  е вярно, че:

- а)  $x > y > 0$ ;                      б)  $0 < x < y$ ;                      в)  $x = 1; y > 1$ ;                      г)  $y = 1; 1 > x > 0$

4. На колко е равна стойността на израза  $4^{\log_2 3 + 0,5 \log_2 9}$ ?

5. Намерете числената стойност на израза  $\frac{\left(a^{\frac{1}{2}} b^{0,75} c^{-\frac{1}{3}}\right)^{-2}}{\left(b^3 c^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}}$  за  $a > 0, \frac{c}{a} = 8$  и  $b = 2$ .

6. Изразете  $\log_2 3 + \log_4 27$  чрез  $a$  и  $b$ , ако  $a = \lg 3$  и  $b = \lg 2$ .

7. При  $0 < a < 1$  опростете израза  $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{a^2} + a} - 2\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}}$ .

8. Намерете  $x$ , ако  $\log_4 x = \log_{0,5} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ .

## ТРИГОНОМЕТРИЯ

### Тест 1

Изберете по една от задачите 1 или 2, 3 или 4, всяка от които има по един верен отговор от дадените четири отговора.

Изберете една от задачите 5 или 6, при които се иска да се запише само отговорът.

Изберете една от задачите 7 или 8, които трябва да се решат подробно.

1. За функцията  $y = \cotgx - \sin 2x$  е вярно, че е:

- а) нечетна, с период  $2\pi$ ;                      б) четна, с период  $\pi$ ;  
в) нечетна, с период  $\pi$ ;                        г) друг отговор

2. За функцията  $y = \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$  е вярно, че е:

- а) нечетна, с период  $2\pi$ ;                      б) четна, с период  $2\pi$ ;  
в) четна, с период  $\pi$ ;                         г) друг отговор

3. Стойността на израза  $\lg \operatorname{tg} 25^\circ + \lg \operatorname{tg} 26^\circ + \dots + \lg \operatorname{tg} 64^\circ + \lg \operatorname{tg} 65^\circ$  е равна на:

- а) 0;                      б) -1;                      в) 1;                      г) друг отговор

4. Ако  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = a$  и  $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta = b$ , то стойността на израза  $\operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} 2\beta$  е равна на:

- а)  $\frac{2ab}{a^2 - (b+1)^2}$ ;                      б)  $\frac{2a(1+b)}{(b+1)^2 + a^2}$ ;  
в)  $\frac{2a(1-b)}{(b+1)^2 - a^2}$ ;                      г) друг отговор

5. Намерете големината на ъгъл  $\alpha$  в триъгълник  $ABC$ , с лице  $S$ , ако е в сила зависимостта  $b^2 + c^2 - a^2 = 4S$ .

6. Ако  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{tg} \beta$  са корени на уравнението  $x^2 + px + q = 0$ , пресметнете стойността на израза

$$K = \sin^2(\alpha + \beta) + p \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta) + q \cos^2(\alpha + \beta).$$

7. Намерете стойностите на реалния параметър  $a$ , за които е изпълнено равенството  $\cos x = \frac{2a-1}{a+3}$ , ако  $x \in \left[ \frac{3\pi}{4}, \pi \right]$ .

8. Докажете, че ако  $x$  и  $y$  са реални числа, такива, че  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos y$ , то  $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos ny$ , където  $n$  е естествено число.



## ВЕРОЯТНОСТИ

### Тест 1

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 7 и 8 да се решат подробно.

1. Нека  $\Omega = [-390; 2020]$ , а  $A$  е събитието случайно избрана точка от  $\Omega$  да е от интервала  $[1396; 1878]$ . Вероятността  $P(A)$  е равна на:

- а)  $\frac{939}{1010}$ ;                      б)  $\frac{4}{5}$ ;                      в)  $\frac{241}{1010}$ ;                      г)  $\frac{1}{5}$

2. Вероятността при четири хвърляния на правилна монета точно два пъти да се падне „лице“, е:

- а)  $\frac{1}{2}$ ;                      б)  $\frac{1}{8}$ ;                      в)  $\frac{5}{8}$ ;                      г)  $\frac{3}{8}$

3. Кое от равенствата за случайните събития  $A$  и  $B$  винаги е вярно?

- а)  $P(A|B) + P(B|A) = 1$ ;                      б)  $P(B|A) = P(B) : P(A)$ ;  
в)  $P(A|B) = P(B|A)$ ;                      г)  $P(B) \cdot P(A|B) = P(A) \cdot P(B|A)$

4. За случайните събития  $A$  и  $B$  е известно, че  $P(A) = 0,4$ ;  $P(\bar{B}) = 0,7$  и  $P(A+B) = 0,6$ . Намерете  $P(A|B)$ .

5. Два независими екипа разработват независимо един от друг ваксина срещу грип. Вероятността да са готови до 1 година, е съответно 85% на първия и 90% на втория. Намерете вероятността поне един от екипите да е готов до 1 година.

6. Два стандартни зара – бял и червен, са хвърлени. Намерете вероятността сумата от точките на двата зара да е по-малка от 8 точки, ако се знае, че на белия зар резултатът е по-голям от 4 точки.

7. Урна съдържа 3 бели и 2 червени топки. По случаен начин се изваждат две топки. Нека  $x$  е броят на белите топки в извадката. Съставете разпределението на величината  $x$ .

8. Около равнобедрения и правоъгълен  $\triangle ABC$  е описана окръжност. По случаен начин е избрана точка от вътрешността на кръга, заграден от окръжността. Намерете вероятността точката да е от вътрешността на  $\triangle ABC$ .



## ВЕРОЯТНОСТИ

### Тест 2

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 7 и 8 да се решат подробно.

1. Нека  $a$  е случайно избрано число от интервала  $[-1;1]$ . Вероятността  $a$  да е по-близо до 0, отколкото до 1, равна на:  
а)  $\frac{1}{2}$ ;                      б)  $\frac{1}{3}$ ;                      в)  $\frac{1}{4}$ ;                      г)  $\frac{1}{5}$
2. Вероятността при три хвърляния на правилен зар точно два пъти да се паднат „шест точки“, е:  
а)  $\frac{1}{3}$ ;                      б)  $\frac{1}{36}$ ;                      в)  $\frac{5}{72}$ ;                      г)  $\frac{5}{216}$
3. Кое от равенствата за случайните събития  $A$  и  $B$  е винаги вярно?  
а)  $P(A+B) = P(A) + P(B)$ ;                      б)  $P(A.B) = P(A).P(B)$ ;  
в)  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A.B)$ ;                      г)  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$
4. За случайните събитията  $A$  и  $B$  имаме  $P(A.\bar{B}) = 0,12$ ;  $P(\bar{A}.B) = 0,36$  и  $P(A+B) = 0,72$ . Намерете  $P(A.B)$ .
5. Два независими екипа разработват независимо един от друг ваксина срещу грип. Вероятността да са готови до 1 година, е съответно 65% на първия екип и 72% на втория. Намерете вероятността поне един от екипите да е готов до 1 година.
6. Два стандартни зара – бял и червен, са хвърлени. Намерете вероятността сумата от точките на двата зара да е по-голяма от 9, ако се знае, че и на двата зара резултатът е четно число.
7. Всеки от първите три задачи на този тест има точно един верен отговор. Ученик отговаря на всеки от тях по случаен начин. Нека  $x$  е броят на верните отговори на този ученик. Съставете разпределението на величината  $x$ .
8. Около правоъгълния  $\triangle ABC$  с  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$  и  $\sphericalangle BAC = 30^\circ$  е описан кръг. По случаен начин е избрана точка от вътрешността на кръга. Намерете вероятността точката да е от вътрешността на  $\triangle ABC$ .

ИЗХОДНО НИВО

Тест 1

Изберете три от задачите от 1 до 4, всяка от които има по един верен отговор от дадените четири отговора. Изберете една от задачите 5 или 6, при които се иска да се запише само отговорът. Изберете една от задачите 7 или 8, които трябва да се решат подробно.

1. Изразът  $\frac{4-a^2}{\left(4^{\frac{1}{3}}-2^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{3}}+0^{\frac{2}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}}+(20)^{\frac{1}{3}}+4^{\frac{1}{3}}\right)} + \sqrt[3]{4}$  за всяко  $a > 0$  е тъждествен на:

- а)  $a^{\frac{2}{3}}$ ;      б)  $2^{\frac{5}{3}} - a^{\frac{2}{3}}$ ;      в)  $2 - a^{\frac{2}{3}}$ ;      г)  $a^{\frac{2}{3}} - 2\sqrt[3]{4}$

2. Даден е трапец  $ABCD$  с основи  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $CD = 3\sqrt{2}$  и пресечна точка на диагоналите  $O$ . Точките  $M$  и  $N$  лежат съответно на бедрата  $AD$  и  $BC$ , като отсечката  $MN$  е успоредна на основите на трапеца и минава през точката  $O$ . Дължината на  $MO$  е равна на:

- а)  $\frac{12\sqrt{2}}{7}$ ;      б)  $\frac{24\sqrt{2}}{7}$ ;      в)  $\frac{7\sqrt{2}}{12}$ ;      г) друг отговор

3. Стойността на  $\frac{\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \operatorname{tg} 70^\circ}{\cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ}$  е равна на:

- а)  $\frac{1}{4}$ ;      б)  $\frac{1}{2}$ ;      в) 1;      г) друг отговор

4.  $A$  и  $B$  са случайни събития, за които е изпълнено  $P(B) = 0,55$ ,  $P(A \cdot B) = 0,4$  и  $P(A + B) = 0,9$ . Намерете  $P(B|A)$ .

- а)  $\frac{11}{15}$ ;      б)  $\frac{8}{11}$ ;      в)  $\frac{8}{15}$ ;      г) друг отговор

5. Намерете числото  $x$ , ако  $\lg x = \frac{\log_7 18}{\log_7 0,1} + \log_{\sqrt{10}} 6$ .

6. Пресметнете  $\cos \alpha$ , ако  $3\cotg^2 \alpha - 7\cotg \alpha + 2 = 0$  и  $\alpha \in \left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$ .

7. Известно е, че вероятността отбор  $A$  да победи отбор  $B$  в един баскетболен двубой, е 0,7. При серия, в която двата отбора играят независими срещи помежду си до две победи, каква е вероятността отбор  $A$  да отстрани отбор  $B$ , ако отборът, който пръв направи 2 победи е краен победител?

8. Четириъгълникът  $ABCD$  е вписан в окръжност и диагоналите му са взаимно перпендикулярни.

Ако  $AB = a, BC = b, CD = c$  и  $AD = d$ , докажете, че диагоналът  $AC \geq \sqrt{\frac{8abcd}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}}$ .

Кога се достига равенство?

ИЗХОДНО НИВО  
Тест 2

Изберете три от задачите от 1 до 4, всяка от които има по един верен отговор от дадените четири отговора. Изберете една от задачите 5 или 6, при които се иска да се запише само отговорът. Изберете една от задачите 7 или 8, които трябва да се решат подробно.

1. Изразът  $\frac{27a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} + 3\sqrt[3]{a} + 9} + \sqrt[3]{-27a}$  за всяко  $a > 0$  е тъждествен на:

- а)  $-\sqrt[3]{a^2}$ ;                      б)  $\sqrt[3]{a^2}$ ;                      в)  $6\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^2}$ ;                      г)  $\sqrt[3]{a^2} - 6\sqrt[3]{a}$

2. Даден е трапец  $ABCD$  с основи  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $CD = 3\sqrt{2}$  и пресечна точка на диагоналите  $O$ . Точките  $M$  и  $N$  лежат съответно на бедрата  $AD$  и  $BC$ , като отсечката  $MN$  е успоредна на основите на трапеца и минава през точката  $O$ . Дължината на  $MN$  е равна на:

- а)  $\frac{12\sqrt{2}}{7}$ ;                      б)  $\frac{24\sqrt{2}}{7}$ ;                      в)  $\frac{7\sqrt{2}}{12}$ ;                      г) друг отговор

3. Стойността на  $\frac{\cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ \cotg 70^\circ}{\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ}$  е:

- а)  $\frac{1}{4}$ ;                      б)  $\frac{1}{2}$ ;                      в) 1;                      г) друг отговор

4.  $A$  и  $B$  са случайни събития, за които е изпълнено  $P(A) = 0,85$ ,  $P(B) = 0,65$  и  $P(A+B) = 0,9$ . Намерете  $P(A|B)$ .

- а)  $\frac{13}{17}$ ;                      б)  $\frac{12}{17}$ ;                      в)  $\frac{12}{13}$ ;                      г) друг отговор

5. Намерете числото  $x$ , ако  $\log_2 x = \frac{\lg 5}{\lg 0,5} + \log_4 225$ .

6. Пресметнете  $\cotg \frac{\alpha}{2}$ , ако  $20 \cos^2 \alpha - 21 \cos \alpha - 4 = 0$  и  $\alpha \in \left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right)$ .

7. Известно е, че вероятността отбор  $A$  да победи отбор  $B$  в един баскетболен двубой, е  $\frac{2}{3}$ . При серия, в която двата отбора играят независими срещи помежду си до три победи, каква е вероятността отбор  $A$  да отстрани отбор  $B$ , ако отборът, който пръв направи 3 победи, е краен победител?

8. Четириъгълникът  $ABCD$  е вписан в окръжност и диагоналите му са взаимно перпендикулярни.

Ако  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $CD = c$  и  $AD = d$ , докажете, че диагоналът  $AC \geq \sqrt{\frac{8abcd}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}}$ .

Кога се достига равенство?

## ОТГОВОРИ НА ТЕСТОВЕТЕ

### ВХОДНО НИВО

ТЕСТ 1. 1. в. 2. в. 3. а. 4. в. 5.  $S = \frac{1}{4}(m^2 - a^2) \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ . 6. 13. 7.  $\sqrt{\frac{2S \sin \alpha}{\sin \beta \sin(\alpha + \beta)}}$ . 8.  $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$ .

ТЕСТ 2. 1. б. 2. б. 3. б. 4. б. 5.  $S = \frac{1}{4}(a^2 - n^2) \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ . 6. 4. 7.  $\sqrt{\frac{2S \sin \beta}{\sin \alpha \sin(\alpha + \beta)}}$ . 8.  $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$ .

### РЕШАВАНЕ НА РАВНИННИ ФИГУРИ

ТЕСТ 1. 1. а. 2. б. 3.  $PK = \frac{2ab}{a-b}$ . 4.  $S_{ADM} = \frac{1}{2}S$ . 5.  $CO = \frac{a+b}{\sqrt{2}}$ .

ТЕСТ 2. 1. а. 2. б. 3.  $\frac{1}{2}|p^2 - q^2| \operatorname{tg} \varphi$ . 4.  $\frac{1}{4}|p^2 - q^2| \operatorname{tg} \varphi$ . 5.  $\frac{ab\sqrt{ab}}{a+b}$ . 6.  $\frac{b^2(3a+b)}{a^2(a+3b)}$ .

### СТЕПЕН И ЛОГАРИТЪМ

ТЕСТ 1. 1. а. 2. б. 3. г. 4. 2. 5.  $a^{\frac{1}{2}} \left( 0^{\frac{1}{3}} - 5 \right) \left( a^{\frac{2}{3}} + 50^{\frac{1}{3}} + 25 \right)$ . 6.  $x \leq 0$ . 7. -1. 8. 0,04.

ТЕСТ 2. 1. в. 2. г. 3. а. 4. 81. 5. 1. 6.  $\frac{5a}{2b}$ . 7. -1. 8. 0,5.

### ТРИГОНОМЕТРИЯ

ТЕСТ 1. 1. в. 2. б. 3. а. 4. в. 5.  $\alpha = 45^\circ$ . 6.  $K = q$ . 7.  $a \in \left[ -\frac{2}{3}, -(\sqrt{2} - 1) \right]$ .

ТЕСТ 2. 1. в. 2. а. 3. б. 4. в. 5.  $a \in \left[ \frac{8}{11}; 3 \right] \cup [4; +\infty)$ . 6.  $a \in [-1; 0]$ . 7. -1, 0, 1. 8. -1, 0, 1.

### ВЕРОЯТНОСТИ

#### ТЕСТ 1

| 1 | 2 | 3 | 4             | 5     | 6    |
|---|---|---|---------------|-------|------|
| Г | Г | Г | $\frac{1}{3}$ | 98,5% | 0,25 |

7. Всички възможни изходи са  $C_5^2 = 10$ .  $x$  може да приема стойности 0, 1 или 2.

| $x$ | 0  | 1  | 2  |
|-----|--|--|--|
| $P$ | $\frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10} = 0,1$ | $\frac{C_2^1 C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = 0,6$ | $\frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10} = 0,3$ |

8. Ако радиусът на кръга е  $R$ , то  $S_{ABC} = R^2$ , а  $S_{\text{сегмент}} = \pi R^2$  и  $P = \frac{1}{\pi}$ .

**ТЕСТ 2**

| 1 | 2 | 3 | 4    | 5     | 6   |
|---|---|---|------|-------|-----|
| В | В | В | 0,24 | 90,2% | 1/3 |

7.

| $x$ | 0   | 1   | 2  | 3  |
|-----|---|---|--|--|
| $P$ | $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ | $C_3^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$ | $C_3^1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{64}$ | $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$ |

8. Ако радиусът на кръга е  $R$ , то  $S_{ABC} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ , а  $S_{\text{сегмент}} = \pi R^2$  и  $P = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ .

**ИЗХОДНО НИВО**

---

ТЕСТ 1. 1. б. 2. а. 3. в. 4. в. 5. 2. 6.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . 7. 0,784. 8.  $a = b$  и  $c = d$ .

ТЕСТ 2. 1. а. 2. б. 3. в. 4. в. 5. 3. 6.  $-3$ . 7.  $\frac{64}{81}$ . 8.  $a = d$  и  $b = c$ .

## СПИСЪК С ЕЛЕКТРОННИ РЕСУРСИ КЪМ УЧЕБНИКА

| Наименование на темата или урока   | № | Наименование на ресурса  |
|--|---|--|
| 1. Триъгълник. Основни елементи на триъгълник  | 1 | Херонова формула за намиране на лице на триъгълник                     |
| 1. Триъгълник. Основни елементи на триъгълник  | 1 | Тестова задача за намиране на страните на триъгълник                   |
| 1. Триъгълник. Основни елементи на триъгълник  | 2 | Тестова задача за намиране на страните на триъгълник                   |
| 2. Приложение на тригонометричните функции в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$ при решаване на триъгълник | 1 | Генератор на задачи за решаване на триъгълник по три страни            |
| 2. Приложение на тригонометричните функции в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$ при решаване на триъгълник | 1 | Тестова задача за намиране на радиуса на описаната окръжност           |
| 2. Приложение на тригонометричните функции в интервала $[0^\circ; 180^\circ]$ при решаване на триъгълник | 2 | Тестова задача за намиране на ъгъл в триъгълника                       |
| 4. Корен трети. Свойства   | 1 | Интерактивна задача за сравняване на кубични корени                    |
| 4. Корен трети. Свойства   | 2 | Генератор на задачи за сравняване на кубични корени                    |
| 4. Корен трети. Свойства   | 1 | Тестова задача за пресмятане на кубичен корен                          |
| 4. Корен трети. Свойства   | 2 | Тестова задача за изнасяне на множители пред корена                    |
| 5. Корен n-ти. Свойства  | 1 | Задачи за привеждане към еднакъв коренен показател                     |
| 5. Корен n-ти. Свойства  | 1 | Тестова задача за пресмятане на изрази, съдържащи корен n-ти от числа  |
| 5. Корен n-ти. Свойства  | 2 | Тестова задача за определяне на дефиниционна област                    |
| 6. Основно свойство на корените  | 1 | Рационализиране на знаменател  |
| 6. Основно свойство на корените  | 2 | Рационализиране на знаменател  |
| 6. Основно свойство на корените  | 1 | Генератор на задачи за сравняване на корен n-ти от числа               |
| 7. Преобразуване на ирационални изрази   | 1 | Тестова задача за преобразуване на ирационални изрази                  |
| 7. Преобразуване на ирационални изрази   | 2 | Тестова задача за преобразуване на ирационални изрази                  |
| 8. Графика на функциите $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$                                   | 1 | Графика на функцията $y = \sqrt{x}$                                    |
| 8. Графика на функциите $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$                                   | 2 | Графики на функциите $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$                        |
| 8. Графика на функциите $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$                                   | 3 | Графика на функцията $y = x^3$   |
| 8. Графика на функциите $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$                                   | 4 | Функцията $y = x^3$ с противоположен аргумент                          |
| 8. Графика на функциите $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$                                   | 1 | Интерактивна задача за принадлежност на точка към графиката на функция |
| 8. Графика на функциите $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$                                   | 2 | Графика на функцията $y = \sqrt[3]{x}$                                 |

| Наименование на темата или урока  | № | Наименование на ресурса  |
|---|---|--|
| 8. Графика на функциите $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$        | 3 | Графики на функциите $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x^3$   |
| 8. Графика на функциите $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$        | 4 | Сравняване на графики на функции   |
| 9. Степен с рационален степенен показател. Свойства                           | 1 | Степен с рационален показател  |
| 9. Степен с рационален степенен показател. Свойства                           | 2 | Задачи за преобразуване на корени в степени  |
| 10. Сравняване на степени с равни основи и различни рационални показатели     | 1 | Генератор на задачи за сравняване на степени с равни основи  |
| 10. Сравняване на степени с равни основи и различни рационални показатели     | 1 | Генератор на задачи за сравняване на степени с рационален степенен показател                                 |
| 11. Преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател | 1 | Тестови задачи за преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател                  |
| 11. Преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател | 2 | Тестова задача за преобразуване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател                  |
| 12. Упражнение  | 1 | Тестова задача за пресмятане на израз, съдържащ степени с рационални показатели                              |
| 12. Упражнение  | 2 | Тестова задача за опростяване на изрази, съдържащи степен с рационален степенен показател                    |
| 13. Показателна функция. Графика  | 1 | Графика на показателната функция   |
| 13. Показателна функция. Графика  | 1 | Генератор на задачи за определяне на аргумента на показателната функция по зададена нейна стойност           |
| 13. Показателна функция. Графика  | 2 | Трансформации на показателната функция   |
| 14. Логаритъм. Основни свойства. Сравняване на логаритми                      | 1 | Генератор на задачи за пресмятане на логаритъм   |
| 14. Логаритъм. Основни свойства. Сравняване на логаритми                      | 2 | Генератор на задачи за свойствата на логаритъма  |
| 14. Логаритъм. Основни свойства. Сравняване на логаритми                      | 1 | Генератор на задачи за сравняване на логаритми с основа, по-голяма от единица                                |
| 14. Логаритъм. Основни свойства. Сравняване на логаритми                      | 2 | Генератор на задачи за сравняване на логаритми с основа, по-малка от единица                                 |
| 14. Логаритъм. Основни свойства. Сравняване на логаритми                      | 3 | Генератор на задачи за намиране на числото на логаритъма при зададена негова основа и стойност на логаритъма |
| 15. Логаритмична функция. Графика   | 1 | Графика на логаритмичната функция  |
| 15. Логаритмична функция. Графика   | 2 | Трансформации на логаритмичната функция  |
| 16. Упражнение  | 1 | Генератор на задачи за свойствата на логаритъма  |
| 16. Упражнение  | 2 | Генератор на задачи за намиране на основата на логаритъма при зададена негова стойност                       |
| 17. Логаритмуване на произведение, частно, степен и корен                     | 1 | Тестова задача за логаритмуване на произведение, частно, степен и корен                                      |
| 17. Логаритмуване на произведение, частно, степен и корен                     | 2 | Тестова задача за логаритмуване на произведение, частно, степен и корен                                      |
| 18. Упражнение  | 1 | Тестова задача за свойствата на логаритмите  |

| Наименование на темата или урока      | № | Наименование на ресурса  |
|---------------------------------------|---|--|
| 18. Упражнение                        | 2 | Тестова задача за свойствата на логаритмите  |
| 18. Упражнение                        | 3 | Тестова задача за свойствата на логаритмите  |
| 19. Упражнение                        | 1 | Тестова задача   |
| 20. Обобщение                         | 1 | Генератор на задачи за сравняване на логаритми   |
| 22. Решаване на успоредник            | 1 | Интерактивна задача за намиране на диагонал на успоредник                                |
| 22. Решаване на успоредник            | 2 | Интерактивна задача за намиране на лицето на успоредник по две страни и ъгъл между тях   |
| 22. Решаване на успоредник            | 1 | Генератор на задачи за намиране на лицето на успоредник по две страни и диагонал         |
| 23. Упражнение                        | 1 | Генератор на задачи за намиране на диагонал на успоредник                                |
| 24. Упражнение                        | 1 | Генератор на задачи за намиране на лицето на успоредник по две страни и ъгъл между тях   |
| 25. Решаване на трапец                | 1 | Отсечка, успоредна на основите на трапец   |
| 25. Решаване на трапец                | 3 | Лице на трапец чрез лица на триъгълници, получени при пресичане на диагоналите му        |
| 25. Решаване на трапец                | 1 | Тестова задача за лица на триъгълници, получени при пресичане на диагоналите на трапец   |
| 25. Решаване на трапец                | 2 | Тестова задача за отсечка, успоредна на основите на трапец                               |
| 26. Упражнение                        | 1 | Тестова задача за описан равнобедрен трапец със зададени основи                          |
| 26. Упражнение                        | 2 | Тестова задача за описан равнобедрен трапец със зададено лице и ъгъл при основата        |
| 27. Упражнение                        | 1 | Лице на трапец по зададено бедро и разстояние от средата на другото бедро до даденото    |
| 27. Упражнение                        | 2 | Тестови задачи за лице на трапец   |
| 28. Решаване на четириъгълник         | 1 | Динамична конструкция на теоремата на Птоломей   |
| 28. Решаване на четириъгълник         | 1 | Динамична конструкция на теоремата на Вариньон   |
| 28. Решаване на четириъгълник         | 2 | Тестова задача за описан четириъгълник   |
| 29. Упражнение                        | 1 | Интерактивна задача за намиране на лицето на четириъгълник по диагонали и ъгъл между тях |
| 29. Упражнение                        | 1 | Генератор на задачи за намиране на лицето на четириъгълник по диагонали и ъгъл между тях |
| 30. Упражнение                        | 1 | Експериментална среда на задача за вписан четириъгълник                                  |
| 30. Упражнение                        | 1 | Тестова задача за вписан четириъгълник   |
| 31. Решаване на правилен многоъгълник | 1 | Тестови задачи за вписани и описани правилни многоъгълници                               |
| 31. Решаване на правилен многоъгълник | 2 | Тестова задача за правилни многоъгълници   |
| 32. Упражнение                        | 1 | Динамичен чертеж за лице на правилен многоъгълник  |
| 32. Упражнение                        | 1 | Тестова задача за лице на правилен многоъгълник  |



| Наименование на темата или урока   | № | Наименование на ресурса   |
|--|---|---|
| 33. Обобщение  | 1 | Тестова задача за вписан и описан четириъгълник                         |
| 35. Обобщен ъгъл. Радиан. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл  | 1 | Определение на радианна мярка за ъгъл                                   |
| 35. Обобщен ъгъл. Радиан. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл  | 2 | Задачи за превръщане на градуси в радиани                               |
| 35. Обобщен ъгъл. Радиан. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл  | 1 | Определение на синус и косинус от обобщен ъгъл                          |
| 35. Обобщен ъгъл. Радиан. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл  | 2 | Определение на тангенс от обобщен ъгъл                                  |
| 35. Обобщен ъгъл. Радиан. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл  | 3 | Определение на котангенс от обобщен ъгъл                                |
| 36. Упражнение   | 1 | Генератор на задачи за превръщане на радиани в градуси                  |
| 36. Упражнение   | 1 | Тестова задача за стойностите на тригонометричните функции              |
| 37. Основни тригонометрични тъждества  | 1 | Тригонометрични тъждества за ъгли, които се допълват до $180^\circ$     |
| 37. Основни тригонометрични тъждества  | 1 | Тригонометрични тъждества за ъгли, чиято разлика е $90^\circ$           |
| 37. Основни тригонометрични тъждества  | 2 | Тригонометрични тъждества за ъгли, чиято разлика е $180^\circ$          |
| 38. Четност, нечетност и периодичност на тригонометричните функции   | 1 | Интерактивна задача за периодичност на $\sin x$ и $\cos x$              |
| 38. Четност, нечетност и периодичност на тригонометричните функции   | 2 | Интерактивна задача за определяне на четност и нечетност                |
| 39. Графики на функциите $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{cotg} x$ | 1 | Графика на функцията $y = \sin x$                                       |
| 39. Графики на функциите $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{cotg} x$ | 1 | Графика на функцията $y = \cos x$                                       |
| 39. Графики на функциите $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{cotg} x$ | 2 | Графика на функцията $y = \operatorname{tg} x$                          |
| 39. Графики на функциите $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{cotg} x$ | 1 | Графика на функцията $y = \operatorname{cotg} x$                        |
| 39. Графики на функциите $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{cotg} x$ | 2 | Динамичен софтуер за решаване на задача 1                               |
| 39. Графики на функциите $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{cotg} x$ | 3 | Динамична среда за решаване на задача 2                                 |
| 40. Упражнение   | 1 | Генератор на задачи за намиране на косинус при зададен синус на ъгъла   |
| 40. Упражнение   | 2 | Генератор на задачи за намиране на котангенс при зададен синус на ъгъла |
| 40. Упражнение   | 3 | Тестова задача за стойностите на тригонометричните функции              |
| 41. Формули за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла  | 1 | Онагледяване на косинус от разлика на два ъгъла                         |
| 41. Формули за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла  | 2 | Онагледяване на синус и косинус от сбор на два ъгъла                    |

| Наименование на темата или урока  | № | Наименование на ресурса  |
|---|---|--|
| 41. Формули за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла             | 1 | Генератор на задачи за синус от разлика на два ъгъла                 |
| 41. Формули за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла             | 2 | Тестови задачи за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла     |
| 42. Упражнение  | 1 | Генератор на задачи за косинус от разлика на два ъгъла               |
| 42. Упражнение  | 2 | Генератор на задачи за синус от разлика на два ъгъла                 |
| 42. Упражнение  | 1 | Тестови задачи за синус и косинус от сбор и разлика на два ъгъла     |
| 43. Формули за тангенс и котангенс от сбор и разлика на два ъгъла         | 1 | Тестови задачи за тангенс и котангенс от сбор и разлика на два ъгъла |
| 43. Формули за тангенс и котангенс от сбор и разлика на два ъгъла         | 2 | Тестова задача за котангенс от разлика на два ъгъла                  |
| 44. Упражнение  | 1 | Тестови задачи за периодичност на тригонометричните функции          |
| 44. Упражнение  | 2 | Тестова задача за тангенс от разлика на два ъгъла                    |
| 45. Формули за тригонометрични функции от удвоен ъгъл                     | 1 | Генератор на задачи за косинус от удвоен ъгъл                        |
| 45. Формули за тригонометрични функции от удвоен ъгъл                     | 1 | Генератор на задачи за косинус от половината на ъгъл                 |
| 46. Упражнение  | 1 | Генератор на задачи за тангенс от удвоен ъгъл                        |
| 46. Упражнение  | 1 | Тестови задачи за преобразуване на тригонометрични изрази            |
| 47. Формули за сбор и произведение на тригонометрични функции             | 1 | Тестова задача за произведение и разлика на тригонометрични функции  |
| 47. Формули за сбор и произведение на тригонометрични функции             | 2 | Тестова задача за сбор на тригонометрични функции                    |
| 48. Упражнение  | 1 | Тестови задачи за сбор и произведение на тригонометрични функции     |
| 48. Упражнение  | 2 | Тестова задача за произведение на тригонометрични функции            |
| 49. Упражнение  | 1 | Тестова задача за преобразуване на тригонометрични изрази            |
| 49. Упражнение  | 2 | Тестова задача за множество от стойности на тригонометрични функции  |
| 50. Обобщение   | 1 | Динамична среда за вписан четириъгълник                              |
| 52. Условна вероятност. Теорема за умножение на вероятности. Независимост | 1 | Тестови задачи за вероятност при случайни събития                    |
| 52. Условна вероятност. Теорема за умножение на вероятности. Независимост | 2 | Тестова задача за вероятност при избор на ученик                     |
| 52. Условна вероятност. Теорема за умножение на вероятности. Независимост | 3 | Тестова задача за вероятност при случайни събития                    |
| 52. Условна вероятност. Теорема за умножение на вероятности. Независимост | 4 | Тестова задача за вероятност при хвърляне на два зара                |
| 53. Упражнение  | 1 | Тестова задача за вадене на топки от кутия                           |
| 53. Упражнение  | 2 | Тестова задача за независими събития                                 |

| Наименование на темата или урока  | № | Наименование на ресурса  |
|---|---|--|
| 53. Упражнение  | 3 | Тестова задача за независими събития   |
| 53. Упражнение  | 4 | Тестови задачи за независими събития   |
| 54. Модели за многократни експерименти с два възможни изхода                    | 1 | Тестова задача за вероятност при многократно хвърляне на монета                    |
| 54. Модели за многократни експерименти с два възможни изхода                    | 2 | Тестови задачи за вероятност при отговори на тест                                  |
| 54. Модели за многократни експерименти с два възможни изхода                    | 3 | Тестови задачи за вероятност при многократно хвърляне на зар                       |
| 55. Упражнение  | 1 | Тестови задачи за вероятност при многократно хвърляне на монета                    |
| 55. Упражнение  | 2 | Тестова задача за вероятност при вадене на карта                                   |
| 55. Упражнение  | 3 | Тестова задача за вероятност при вадене на топки от урна                           |
| 55. Упражнение  | 4 | Тестова задача за вероятност при отговори на тест                                  |
| 56. Разпределение на вероятностите със сума 1                                   | 1 | Тестова задача за вероятност при хвърляне на монета                                |
| 56. Разпределение на вероятностите със сума 1                                   | 2 | Тестова задача за вероятност при вадене на две топки от урна                       |
| 57. Упражнение  | 1 | Тестова задача за вероятност при хвърляне на два зара                              |
| 57. Упражнение  | 2 | Тестова задача за разпределение на вероятности със сума 1                          |
| 58. Геометрична вероятност върху правата като отношение на дължини на интервали | 1 | Динамична конструкция за избор на точка от отсечка, която е част от дадена отсечка |
| 58. Геометрична вероятност върху правата като отношение на дължини на интервали | 2 | Генератор на задачи за избор на точка от даден интервал                            |
| 59. Упражнение  | 1 | Генератор на задачи за избор на параметър от даден интервал                        |
| 59. Упражнение  | 2 | Тестова задача за счупване на пръчка на две части                                  |
| 60. Геометрична вероятност в равнината като отношение на лица                   | 1 | Динамична конструкция за триъгълник, вписан в квадрат                              |
| 60. Геометрична вероятност в равнината като отношение на лица                   | 2 | Динамична конструкция за правилен многоъгълник, вписан в кръг                      |
| 61. Упражнение  | 1 | Тестова задача за правоъгълен триъгълник, вписан в полукръг                        |
| 61. Упражнение  | 2 | Тестова задача за кръг, вписан в квадрат   |
| 61. Упражнение  | 3 | Тестова задача за разстояние на точка до центъра на квадрат                        |
| 62. Обобщение   | 1 | Генератор на задачи за стрелба по мишена   |
| 64. Степен и логаритъм  | 1 | Функциите $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$ , $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$               |
| 64. Степен и логаритъм  | 2 | Трансформации на функцията $y = \sqrt{x}$ ,  |
| 64. Степен и логаритъм  | 3 | Трансформации на функцията $y = \sqrt[3]{x}$                                       |
| 64. Степен и логаритъм  | 1 | Генератор на задачи за свойствата на логаритъма                                    |

| Наименование на темата или урока | № | Наименование на ресурса  |
|----------------------------------|---|--|
| 64. Степен и логаритъм           | 2 | Тестова задача за логаритмуване на произведение, частно и степен                         |
| 64. Степен и логаритъм           | 3 | Тестови задачи за логаритми  |
| 65. Решаване на равнинни фигури  | 1 | Генератор на задачи за намиране на лицето на успоредник по две страни и ъгъл между тях   |
| 65. Решаване на равнинни фигури  | 2 | Генератор на задачи за намиране на лицето на четириъгълник по диагонали и ъгъл между тях |
| 66. Тригонометрия                | 1 | Анимация на построяването на графиките на функциите $y = \sin x$ и $y = \cos x$          |
| 66. Тригонометрия                | 1 | Генератор на задачи за синус от сбор и разлика на два ъгъла                              |
| 66. Тригонометрия                | 2 | Генератор на задачи за косинус от сбор и разлика на два ъгъла                            |
| 67. Вероятности                  | 1 | Експериментална среда за статистика и вероятност   |
| 67. Вероятности                  | 2 | Тестова задача за вероятност   |

доц. д-р *Симеон Петров Замковой*, *Стоян Иванов Ненков*,  
*Петя Тодорова Тодорова*, доц. д-р *Асен Иванов Божилков*

## **КНИГА ЗА УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКА ЗА 11. КЛАС**

Редактор *Валентина Арабаджиева*  
Графичен дизайн и корица *Петко Минчев*  
Коректор *Румяна Стефанова*

Българска. Издание първо, 2020 г.  
ISBN 978-619-215-533-9

Издател „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД  
1574 София, ул. „Никола Тесла“ № 5, BSR 2, ет. 4  
тел. 0700 47 400  
e-mail: [ik.anubis@anubis.bg](mailto:ik.anubis@anubis.bg), [www.anubis.bg](http://www.anubis.bg)