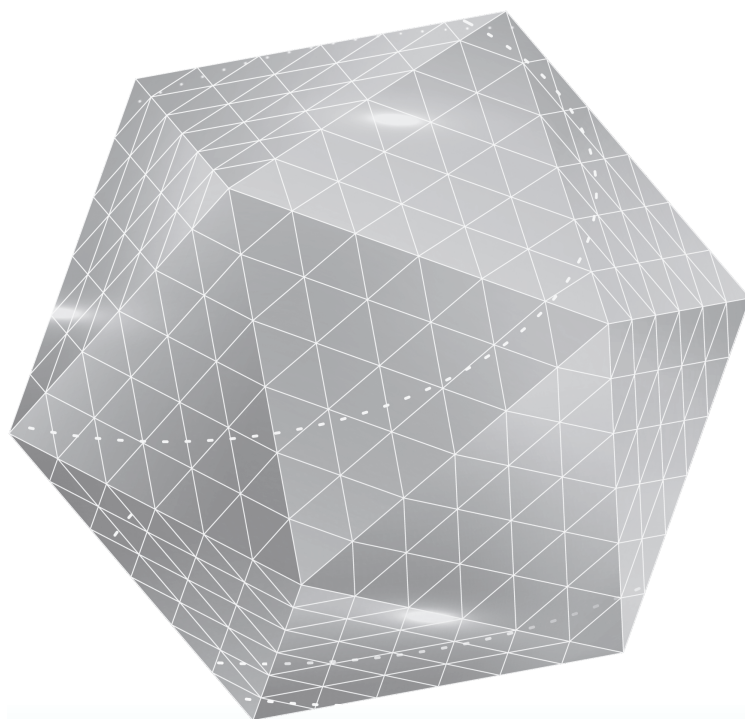


Милен Христов • Евгения Стоименова  
Юлиан Цветков • Цеца Байчева

# МАТЕМАТИКА

*Книга за учителя*



**12.**  
КЛАС

• КЛЕТ БЪЛГАРИЯ •

© Милен Йорданов Христов, Евгения Асенова Стоименова, Юлиан Кънчев Цветков,  
Цеца Илиева Байчева, автори, 2021

© Петко Енчев Минчев, *графичен дизайн*, 2021

© „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД, *издател*, 2021

ISBN 978-619-215-543-8

---

Възпроизвеждането на това издание или на отделни негови части под каквато и да е форма без изричното писмено съгласие на „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД е престъпление.

## СЪДЪРЖАНИЕ

---

1. Учебното съдържание по математика в дванадесети клас и реализацията му в учебника .....	4
2. Примерно годишно разпределение .....	7
3. Примерни методически разработки.....	13
4. Примерни тестове .....	22
5. Отговори на тестовете.....	34
6. Списък с електронни ресурси към учебника.....	37

## УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА В ДВАНАДЕСЕТИ КЛАС И РЕАЛИЗАЦИЯТА МУ В УЧЕБНИКА

Учебният комплект се състои от учебник и книга за учителя. Темите в учебника са разработени в съответствие с изискванията на учебната програма на МОН по математика за дванадесети клас, с очакваните резултати от обучението в различните области на компетентност и с връзката им с отделните ключови компетентности.

Дванадесети клас е последният клас на втори гимназиален етап в средната степен на образование и в този клас продължава изграждането на системата от математически знания в средното училище като продължение и разширение на изученото в предходните години.

Специфичните цели на обучението по математика, залегнали в Държавния образователен стандарт за втори гимназиален етап на средната степен на образование, са:

- Формиране на логическо мислене, комбинативност, наблюдателност и на математическа компетентност.
- Формирането на математическа компетентност за етапа е главно на комуникационно и аналитично ниво, като се развива способността да прилага математически разсъждения за решаване на проблеми в другите предметни области и ежедневието.

Математическата компетентност на този етап включва фактологични и теоретични знания в широк контекст, както и набор от познавателни и практически умения, необходими за решаването на конкретни проблеми. Това означава разбиране на дадена реална ситуация, която води до математическа задача; решаване на задачата при използване на инструментни помощни материали (включително и технологии), които могат да подпомогнат математическите дейности, както и дълбоко познаване на ограниченията при използване на избраните инструменти.

Очакваните резултати от обучението по математика в дванадесети клас в шестте области на компетентност са:

### **Област на компетентност „Числа. Алгебра“**

*В резултат на обучението си ученикът знае:*

- основни елементарни неравенства.

*В резултат на обучението си ученикът решава:*

- модулни уравнения и неравенства
- ирационални уравнения и неравенства с един радикал
- основни показателни уравнения и неравенства
- показателни уравнения, свеждащи се до квадратни чрез полагане
- основни логаритмични уравнения и неравенства
- логаритмични уравнения, свеждащи се до квадратни чрез полагане
- основни тригонометрични уравнения
- тригонометрични уравнения, свеждащи се до квадратни чрез полагане.

### **Област на компетентност „Фигури и тела“**

*В резултат на обучението си ученикът:*

- решава
- екстремални задачи за фигури
- прилага знания от тригонометрия в планиметрия.

### **Област на компетентност „Функции. Измерване“**

*В резултат на обучението си ученикът умеє да:*

- използва свойствата на елементарните функции при решаване на екстремални задачи
- прилага свойствата на показателната функция при решаване на показателни уравнения и неравенства
- прилага свойствата на логаритмичната функция при решаване на логаритмични уравнения и неравенства
- прилага свойствата на тригонометричните функции при решаване на тригонометрични уравнения.

### Област на компетентност „Логически знания“

В резултат на обучението си ученикът умее:

- да образува отрицание на твърдение
- да обосновава изводи
- да преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор на подход за решаването на проблем
- да прилага адекватно кванторите „за всяко“ и „съществува“ и понятията „необходимо условие“, „достатъчно условие“ и „необходимо и достатъчно условие“ в зависимост от ситуацията.

### Област на компетентност „Елементи от вероятности и статистика“

В резултат на обучението си ученикът знае:

- да построява и интерпретира таблица на акумулираните честоти.

В резултат на обучението си ученикът умее:

- графично да представя данните чрез хистограма и полигон
- графично да представя акумулираните честоти
- да оценява вероятност на съставно (сложно) събитие.

### Област на компетентност „Моделиране“

В резултат на обучението си ученикът умее:

- да моделира геометрични ситуации със средствата на алгебрата и тригонометрията
- да използва графични модели за интерпретиране на резултати от практически задачи.

Обучението по математика в дванадесети клас е насочено към овладяване на базисни знания, умения и отношения в няколко области на компетентност. Съдържа темите **Статистика, Уравнения, Неравенства и Екстремални задачи**.

В раздел **Статистика** са разгледани понятията *хистограма, полигон, акумулирани честоти, таблица на акумулираните честоти, дисперсия на извадка и стандартно отклонение*.

Надграждат се знания и умения за разчитане и интерпретиране на данни, представени с графики и таблици. Учениците се научават да представят данни чрез нови видове графики и таблици. Научават се да изобразяват чрез полигон и хистограма статистическите данни и да ги интерпретират правилно. Научават се да различават класическа от статистическа вероятност. Учат се да изследват генерална съвкупност, разглеждат подходяща статистическа извадка и определяйки нейните характеристики. Акцентът е върху определяне на дисперсия и стандартно отклонение на извадка като основни характеристики, използвани в приложната статистика. Така учениците са готови да използват придобитите знания за разглеждане на задачи, свързани с доверителни интервали, проверка на хипотези и други приложни статистически задачи в бъдеще. Разделът включва и два теста за контрол.

В раздел **Уравнения** са разгледани подробно съгласно изискванията на учебната програма *модулни, показателни, логаритмични и тригонометрични уравнения*.

Понятието *модул* е познато на учениците, затова се постига лесно с неголям брой задачи познавателният изискуем минимум. Учениците имат на разположение достатъчно решени задачи, както и такива за самостоятелна работа. Има практически пример за по-добра нагледност.

Към показателни, логаритмични и тригонометрични уравнения е подходено опростено, без излишна теория. Учениците могат да надградят своите знания за показателната, логаритмичната и тригонометричните функции. Основните теореми са поднесени достъпно и с достатъчно примери. В уроците има достатъчно решени задачи и задачи за самостоятелна работа. Във всеки урок има и задача, която да предизвика и по-силните ученици. Разделът включва и два теста за контрол.

В раздел **Неравенства** учениците имат възможност да се запознаят с основните видове *модулни, показателни и логаритмични неравенства*. Така по естествен начин се надгражда върху знанията от съответния вид уравнения. В темата отново могат да си припомнят понятията *иррационални изрази и ирационални неравенства*. Темите са поднесени достъпно, с много задачи за средностатистическия дванадесетокласник, но има и такива за ученици с по-задълбочени интереси. След всеки от уроците за нови знания има упражнителен урок с много решени задачи. Има достатъчно задачи за самостоятелна работа, както и два теста за контрол на постигнатите резултати.

В раздел **Екстремални задачи** учениците се научават да намират НГС и НМС на линейна и квадратна функция в интервал. Наред с известни понятия като *средноаритметично* и *средно геометрично* те се запознават и със *средно квадратично* и *средно хармонично*.

Учениците се научават да използват основните класически неравенства и тяхното приложение в някои интересни екстремални задачи. Има достатъчно допълнителна информация, която е надлежно отделена. Съдържат се практически и геометрични задачи, в които учениците се учат да моделират с израз и да правят оценка за неговата най-голяма или най-малка стойност. Към раздела отново има два теста за контрол.

В добавка към големия брой задачи има контролни тестове към всеки раздел.

Целта на авторите е да се даде възможност на учениците да учат самостоятелно и това се постига с големия брой решени задачи, структурирани по трудност. Учебникът може да се използва и като помагало (сборник), защото съдържа достатъчно голям брой решени и нерешени задачи.

Учебникът се явява инструмент за развитие на математическите компетентности на учениците: математическо мислене, умения за изразяване и аргументация, развиване на математически речник, решаване на математически задачи и тяхното моделиране.

Учебникът е структуриран по уроци. Повечето от тях са разработени на 2 страници, а упражненията – на 2 или 3 страници, с много решени задачи, които служат за пример за решаването на задачите от рубриката *Мога сам*. В края на всеки раздел има обобщителен урок за пълноценно усвояване на знанията. След всеки раздел учителят разполага с два теста, които да използва директно или като пример за собствени разработки на тестове. В учебника няма предвиден раздел *Начален преговор*, но има два теста за входно ниво. Разделът *Годишен преговор* дава възможност за затвърждаване, обобщаване и приложение на знанията. Разработени са и два теста, които могат да се използват за проверка на изходното ниво на учениците.

В таблицата е дадено разпределението на уроците по теми и видове.

	Нови знания	Упражнение	Практически дейности	Обобщение	Оценка	Общо
<b>Статистика</b>	5	2	1	1	1	10
<b>Уравнения</b>	9	9		1	1	20
<b>Неравенства</b>	4	4		1	1	10
<b>Екстремални задачи</b>	6	4	2	1	1	14
<b>Годишен преговор</b>				4	1	5
<b>Общо</b>	24	19	3	8	5	59
<b>Процент</b>	41	32	5	15	7	

## ПРИМЕРНО ГОДИШНО РАЗПРЕДЕЛЕНИЕ

Училище \_\_\_\_\_ . Град \_\_\_\_\_ .

Утвърждавам: \_\_\_\_\_ . Директор: \_\_\_\_\_ .  
(име и фамилия)

### ПРИМЕРНО ГОДИШНО РАЗПРЕДЕЛЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА ЗА 12. КЛАС ЗАДЪЛЖИТЕЛНА ПОДГОТОВКА

ПРЕЗ УЧЕБНАТА \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ ГОДИНА

Уроци за нови знания	НЗ	24 часа
Уроци за упражнения/практически дейности/обобщение и преговор	У/О/ПД/Пр	30 часа
Уроци за контрол и оценка	К	5 часа
Резерв учебно време		3 часа

Годишен хорариум: 62 часа

Срочен:

I срок – 36 часа

II срок – 26 часа

Изготвил: \_\_\_\_\_  
(име и фамилия)

Месец	Седмица	Тема на урочната единица	Очаквани резултати от обучението	Методи на работа и дейности	Забележка
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
9	1	1. Групиране на данни. Хистограма и полигон НЗ	Умее да построява хистограма и полигон на данни.	беседа, решаване на задачи	
9	1	2. Таблица и графично представяне на акумулираните честоти НЗ	Знае да построява и интерпретира таблица на акумулираните честоти. Умее графично да представя акумулираните честоти.	беседа, решаване на задачи	
9	2	3. Характеристики на разсейването НЗ	Разбира смисъла на мерките за разсейване. Умее да пресмята дисперсия и стандартно отклонение на извадка.	беседа, решаване на задачи	
9	2	4. Упражнение У	Умее да пресмята дисперсия и стандартно отклонение на извадка.	решаване на задачи	
10	3	5. Вероятност и статистическа честота НЗ	Знае да интерпретира относителната честота като експериментална вероятност.	беседа, решаване на задачи	
10	3	6. Оценяване на неизвестен дял в генерална съвкупност чрез извадки НЗ	Разбира понятието <i>извадка</i> и умее да оценява вероятност на неизвестен дял в генерална съвкупност чрез извадки.	беседа, решаване на задачи	
10	4	7. Упражнение У	Умее да оценява вероятност на неизвестен дял в генерална съвкупност чрез извадки.	решаване на задачи	
10	4	8. Обобщение О	Систематизиране на основните изучени понятия по статистика.	решаване на задачи	
10	5	9. Практически дейности ПД	Умее да експериментира с основните статистически величини.	беседа, решаване на задачи	
10	5	10. Тест КО	Оценяване и контрол.	самостоятелна работа, проект	
10	6	11. Модулни уравнения от вида $ ax^2 + bx + c  = m$ НЗ	Знае понятията <i>модул</i> и <i>модулно</i> уравнение. Познава начините за решаване на модулни уравнения. Умее да решава модулни уравнения.	беседа, решаване на задачи	
10	6	12. Упражнение У	Умее да решава модулни уравнения.	решаване на задачи	
11	7	13. Основни показателни уравнения НЗ	Знае понятието <i>показателно уравнение</i> . Познава начините за решаване на показателни уравнения.	беседа, решаване на задачи, използване на динамичен софтуер	
11	7	14. Упражнение У	Умее да решава основни показателни уравнения и свеждащи се до тях като ги преобразува.	беседа, решаване на задачи	



Месец	Седмица	Тема на урочната единица	Очаквани резултати от обучението	Методи на работата и дейности	Забележка
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
11	8	15. Показателни уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни уравнения НЗ	Познава основните начини за въвеждане на ново неизвестно при решаване на показателни уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни.	беседа, решаване на задачи	
11	8	16. Упражнение У	Умее да решава показателни уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни.	решаване на задачи, използване на динамичен софтуер	
11	9	17. Основни логаритмични уравнения НЗ	Разпознава видовете основни логаритмични уравнения. Знае стъпките при решаването им.	беседа, решаване на задачи	
11	9	18. Упражнение У	Умее да решава основни логаритмични уравнения и свеждащи се до тях чрез преобразования.	решаване на задачи	
11	10	19. Логаритмични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни НЗ	Разпознава логаритмичните уравнения, които може да се решат с полагане.	беседа, решаване на задачи, използване на динамичен софтуер	
11	10	20. Упражнение У	Умее да решава логаритмични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни.	решаване на задачи	
12	11	21. Решаване на уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$ НЗ	Разпознава основни тригонометрични уравнения. Умее да решава основни тригонометрични уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$ .	беседа, решаване на задачи, използване на динамичен софтуер	
12	11	22. Упражнение У	Умее да решава основни тригонометрични уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$ .	решаване на задачи	
12	12	23. Решаване на основни тригонометрични уравнения $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{cotg} x = a$ НЗ	Умее да решава основни тригонометрични уравнения от вида $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{cotg} x = a$ .	беседа, решаване на задачи, използване на динамичен софтуер	
12	12	24. Упражнение У	Умее да решава тригонометрични уравнения от вида $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{cotg} x = a$ .	решаване на задачи	
01	13	25. Тригонометрични уравнения, които се свеждат до квадратни НЗ	Разпознава тригонометрични уравнения, които може да се решат с полагане, и ги решава, свеждайки ги към квадратни.	беседа, решаване на задачи	
01	13	26. Упражнение У	Умее да решава тригонометрични уравнения, които може да се решат с полагане, и ги решава, свеждайки ги към квадратни.	решаване на задачи	

Месец	Седмица	Тема на урочната единица	Очаквани резултати от обучението	Методи на работа и дейности	Забележка
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
01	14	27. Приложение на тригонометрията за решаване на геометрични задачи НЗ	Умее да прилага знания по тригонометрия при решаване на геометрични задачи.	беседа, решаване на задачи	
01	14	28. Упражнение У	Умее да прилага знания по тригонометрия при решаване на геометрични задачи.	решаване на задачи	
01	15	29. Обобщение О	Умее да решава основни модулни, показателни, логаритмични и тригонометрични уравнения. Умее да използва различни начини за решаването им.	решаване на задачи	
01	15	30. Тест КО	Оценяване и контрол.	самостоятелна работа	
01	16	31. Модулни неравенства от вида $ ax^2 + bx + c  > m$ и $ ax^2 + bx + c  < m$ НЗ	Познава смисъла на понятието <i>модулно неравенство</i> . Различава основните видове модулни неравенства и ги решава по различни начини.	беседа, дискусия, използване на динамичен софтуер, решаване на задачи	
01	16	32. Упражнение У	Решава основните видове модулни неравенства по стандартните начини, включително и с повдигане на втора степен.	решаване на задачи	
02	17	33. Иррационални неравенства от вида $\sqrt{ax^2 + bx + c} > (<) mx + n$ НЗ	Умее да различава основните видове иррационални неравенства и знае основните теореми за решаването им, разбирайки смисъла на условията от теоремите.	беседа, анализ, провокиране на творческо мислене и решаване на задачи	
02	17	34. Упражнение У	Решава основните видове неравенства с помощта на основните теореми.	решаване на задачи	
02	18	35. Основни показателни неравенства НЗ	Знае свойствата на показателната функция. Умее да разпознава видовете основни показателни неравенства и ги решава според вида им.	беседа, дискусия, решаване на задачи, използване на динамичен софтуер за визуализация	
02	18	36. Упражнение У	Умее да решава различните видове неравенства според основата.	решаване на задачи	
02	19	37. Основни логаритмични неравенства НЗ	Умее да определя <i>DM</i> на логаритмичната функция. Знае и използва монотонност на логаритмичната функция при решаване на логаритмични неравенства.	беседа, решаване на задачи, използване на динамичен софтуер	
02	19	38. Упражнение У	Решава логаритмични неравенства, свеждайки ги до системи рационални неравенства, съгласно теоремите.	беседа, решаване на задачи	

Месец	Седмица	Тема на урочната единица	Очаквани резултати от обучението	Методи на работа и дейности	Забележка
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
02	20	39. Обобщение О	Умее да решава основните видове модулни, ирационални, показателни и логаритмични неравенства, подбирайки най-рационалния начин.	анализ, решаване на задачи	
02	20	40. Тест КО	Оценяване и контрол.	самостоятелна работа	
03	21	41. Линейна функция. Квадратна функция. Най-голяма и най-малка стойност НЗ	Знае и умее да намира НГС и НМС на квадратна функция в затворен интервал.	динамичен софтуер, решаване на задачи	
03	21	42. Упражнение У	Знае и умее да намира НМС и НГС в различните случаи за вида и разположението на графиката на квадратната функция.	решаване на задачи, използване на динамичен софтуер	
03	22	43. Основни елементарни неравенства	Знае и умее да прилага неравенствата между средноаритметично и средно геометрично на няколко положителни числа. Разпознава средно хармонично и средно квадратично на положителни числа.	беседа, решаване на задачи	
03	22	44. Упражнение У	Знае и прилага неравенства между средните на няколко числа.	решаване на задачи	
03	23	45. Екстремални задачи в алгебрата НЗ	Знае и решава задачи за НГС и НМС в различни случаи. Прави оценка на изразите в уравнение и неравенство.	беседа, решаване на задачи, динамичен софтуер	
03	23	46. Упражнение У	Знае и прилага основните неравенства при решаване на някои видове показателни, логаритмични, тригонометрични и ирационални уравнения с оценка на двете страни.	решаване на задачи, самостоятелна работа	
03	24	47. Екстремални задачи в планиметрията НЗ	Умее да въвежда променлива в геометрична задача, да определя допустимите ѝ стойности и да моделира с израз.	анализ, беседа, динамичен софтуер, решаване на задачи	
03	24	48. Упражнение У	Умее да намира екстремални стойности в модели, при които се достига до линейна, квадратна функция, тригонометричен израз. Използва елементарни неравенства в решението.	анализ, решаване на задачи	
04	25	49. Практически задачи за намиране на НГС и НМС на елементарни функции НЗ	Умее в практически задачи да създава математически модел, който се свежда до намиране на НМС и НГС на изучените елементарни функции.	анализ, беседа, динамичен софтуер, решаване на задачи	

Месец	Седмица	Тема на урочната единица	Очаквани резултати от обучението	Методи на работата и дейности	Забележка
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
04	25	50. Практически дейности ПД	Умее да решава екстремални практически задачи. Прилага основните неравенства, за да намира НМС и НГС.	анализ, синтез, динамичен софтуер, решаване на задачи	
04	26	51. Графични модели при решаване на екстремални задачи НЗ	Знае да интерпретира с графика при решаване на задачи за НМС и НГС. Умее да използва динамичен софтуер (по възможност) при оценяването на създаден математически модел.	анализ, синтез, динамичен софтуер, решаване на задачи	
04	26	52. Практически дейности ПД	Умее да решава екстремални геометрични и практически задачи с помощта на графични методи и основните неравенства.	беседа, анализ, синтез, динамичен софтуер, решаване на задачи	
04	27	53. Обобщение У	Систематизира и повишава знанията и уменията си при решаване на изучените видове екстремални задачи.	динамичен софтуер, решаване на задачи	
04	27	54. Тест КО	Оценка и контрол.	самостоятелна работа, проект	
04	28	55. Статистика Пр	Умее да решава задачи и борави с основните изучени понятия по статистика.	работа по групи, решаване на задачи	
04	28	56. Уравнения Пр	Умее да решава основни модулни, показателни, логаритмични и тригонометрични уравнения. Умее да използва различни начини за решаването им.	решаване на задачи	
05	29	57. Неравенства Пр	Умее да решава основните видове модулни, ирационални, показателни и логаритмични неравенства, подбирайки най-рационалния начин.	решаване на задачи	
05	29	58. Екстремални задачи Пр	Усъвършенства методите за решаване на екстремални задачи. Прилага основните неравенства при намиране на НМС и НГС.	решаване на задачи	
05	30	59. Тест КО	Оценяване и контрол.	решаване на задачи	

### СТАТИСТИКА

Разделът *Статистика* е разработен в 10 урока, като 5 от тях са за нови знания, 2 за упражнение, 1 за обобщение, 1 за практически дейности и 1 тест. В раздела се разглеждат графичното и числовото описание на множества от данни, дава се първоначална представа за връзката между вероятност и статистическа честота и се оценява неизвестен дял в генерална съвкупност. Темите са продължение на изучаваните знания в тази област от 5. до 11. клас.

В програмата са отбелязани основните компетентности, които учениците трябва да придобият в резултат на изучаването на *Статистика*. Те са:

- умее да построява хистограма и полигон на данни
- знае да построява и интерпретира таблица на акумулираните честоти
- умее да представя графично акумулираните честоти
- умее да оценява вероятност на съставно (сложно) събитие и прилага оценката при решаване на конкретни проблеми
- разбира понятието *извадка* и умее да оценява вероятност на неизвестен дял в генерална съвкупност чрез извадки.

#### ■ Урок 1.

##### Групиране на данни. Хистограма и полигон

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се разширят знанията на учениците за таблично и графично представяне на данни. Да се разгледат основните графики за количествени данни – хистограма и полигон на честотите.

**Задачи на урока:**

- Да се запознаят учениците с честотни таблици за количествени данни.
- Да се запознаят учениците с графиките хистограма и полигон на честотите за количествени данни.
- Да се усвоят правилата за построяване на хистограма.

**Указания към хода на урока:** Първоначално на учениците трябва да се припомни, че събирането на статистически данни не е самоцелно, а данните трябва да могат да се използват за правене на обосновани изводи за числови характеристики на генерална съвкупност чрез извадки от нея. Целта на честотните таблици и графичните представяния е да спомагат за лесен визуален анализ на различните стойности в данните и техните честоти. Практически те са подходящи при комуникации на реални проблеми чрез събраните данни от тях.

#### ■ Урок 2.

##### Таблица и графично представяне на акумулираните честоти

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се разширят знанията на учениците за таблично и графично представяне на количествени данни. Да се разгледат основните графики за хистограма и полигон на честотите.

**Задачи на урока:**

- Да се запознаят учениците с таблиците на акумулираните честоти за **количествени данни**.
- Да се запознаят учениците с графичното представяне на акумулираните честоти.
- Да се усвои построяването на графиката на акумулираните честоти.

**Указания към хода на урока:** Урокът е продължение на предишния, с таблици и графики на количествени данни. Честотната таблица, съдържаща абсолютните честоти, се разширява с нова колона на акумулираните честоти. Графиката на акумулираните честоти е аналогична на хистограмата. Зададените задачи по таблицата и графиката на акумулираните честоти съвсем естествено са свързани с пресмятане на част от данните под и над някакво ниво или част от данните, попадащи в зададен интервал.

### ■ Урок 3.

#### Характеристики на разсейването

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Запознаване с мерките за разсейване. Да се въведат понятията *дисперсия* и *стандартно отклонение* за извадка и за генерална съвкупност.

**Задачи на урока:**

- Да се изясни ролята на мерките за разсейване.
- Да се въведат понятията *дисперсия* и *стандартно отклонение* и да се усвои начинът за тяхното пресмятане.
- Да се съпоставят мерките за разсейване и мерките за централна тенденция. Да се интерпретират като мерки в генералната съвкупност и в извадката.

**Указания към хода на урока:** Урокът започва с познатото понятие за средноаритметично на извадка като мярка за централна тенденция в генералната съвкупност. Средноаритметичното може да е твърде различно за различни извадки. Съществено е да се изясни, че целта на извадковото средно е да се използва като приближение на средното на генералната съвкупност. Последното е константа, за чието изчисляване биха били необходими всички възможни данни на изследвания проблем. Може да се даде пример за социологически проучвания.

Припомня се понятието *размах* и ролята му за определяне на интервал, съдържащ всички данни от извадката и съответно приближение на интервала, съдържащ всички данни от генералната съвкупност. Да се акцентира, че ролята на понятията *дисперсия* и *стандартно отклонение* е да се определят по-точни (по-тесни) интервали, които съдържат съществена част от данните. На този етап не се очаква учениците да построят такива интервали. Задачите за упражнение включват пресмятане на понятията *дисперсия* и *стандартно отклонение* и евентуално сравняване на множества от данни с по-малка и по-голяма дисперсия.

### ■ Урок 4.

#### Упражнение

**Вид на урока:** упражнение.

**Основна дидактическа цел:** Да се затвърдят новите понятия от първите три урока и да се упражнят с данни от различни практически примери.

**Задачи на урока:**

- Да се упражнят новите графични методи за представяне на количествени данни.
- Да се упражни пресмятането на новите мерки за разсейване.

**Указания към хода на урока:** За наредените данни по категории и количества се построяват таблици на абсолютните и акумулираните честоти. По таблиците с акумулирани честоти се построяват хистограми и полигон на честотите.

Упражнява се пресмятането на средноаритметичното, размаха, дисперсията и стандартното отклонение. Отбелязва се използването на пресметнатите по извадка числови характеристики за приблизителна оценка на съответните характеристики на генералната съвкупност. Подходящо е да се сравнят дисперсиите на две подгрупи от данни и да се интерпретират. За по-големи множества от данни се препоръчва използването на калкулатор или статистически софтуер за пресмятане на числовите характеристики.

### ■ Урок 5.

#### Вероятност и статистическа честота

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се разшири понятието *вероятност* чрез статистическата честота на настъпили случайни събития при многократно повторение на един същ случаен експеримент.

**Задачи на урока:**

- Въвеждане на понятието *статистическа вероятност*.
- Сравняване на класическа вероятност и статистическа вероятност.

**Указания към хода на урока:** Разглежда се случаен експеримент, при който има няколко възможни изхода. Експериментът се повтаря многократно, като се отбелязва, че повторенията са независими от предходните

резултати. Отчита се честотата на едно или две случайни събития и се проследява промяната на статистическите им честоти с увеличаване на броя на проведените експерименти. Разглежда се пример, в който вероятността на събитията може да се пресметне чрез комбинаторни средства. Построява се статистически експеримент за този пример, който се повтаря многократно, например 10, 20 и 50 пъти. Пресмятат се статистическите честоти, изчислени след тези повторения. Сравняват се статистическите честоти с класическата вероятност и се коментира точността на приближението.

## ■ Урок 6.

### Оценяване на неизвестен дял в генерална съвкупност чрез извадки

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Запознаване с клас от статистически задачи, в които целта е оценяване на неизвестен дял в генерална съвкупност.

**Задачи на урока:**

- Да се въведе понятието *неизвестен дял в генерална съвкупност*.
- Да се изясни ролята на наблюдаваната честота на събитие в извадката като оценка на неизвестен дял в генерална съвкупност.

**Указания към хода на урока:** Разглеждат се няколко примера, в които целта е да се оцени дял (или процент) на настъпване на определено случайно събитие. Подходящи са примери от проучвания на общественото мнение. Трябва да се отбележи, че редицата от отговорите се разглежда като повторни опити от случаен експеримент. Върху популярен пример се показва изчислението на относителния дял в извадката (то е тривиално) и се обосновава използването му като приближение на относителния дял в генералната съвкупност. Разглежда се пример с данни, които са отговори „да“ или „не“ (1 или 0) и се пресмята извадковата честота с няколко подходящо избрани големини на извадки, например 20, 40 и 60. Коментира се оценката на неизвестния дял в генерална съвкупност чрез извадковата честота по извадки с различни големини.

Размерът на грешката се определя, за да може да се определи интервална оценка за очаквана стойност на относителния дял в генералната съвкупност. Интервалът не зависи от размера на генералната съвкупност, а само от големината на извадката.

## ■ Урок 7.

### Упражнение

**Вид на урока:** упражнение.

**Основна дидактическа цел:** Да се затвърдят знанията на учениците за понятието *статистическа вероятност*, както и методът за оценяване на неизвестен дял в генерална съвкупност.

**Задачи на урока:**

- Да се упражни изчисляването на статистическа вероятност и нейното приложение.
- Да се упражни методът за оценяване на неизвестния дял в генерална съвкупност.

**Указания към хода на урока:** За статистическа вероятност могат да се генерират лесно данни от зарове, подобно на тези, дадени в упражнението. В Урок 9 *Практически дейности* са описани алгоритми за генериране на такива данни.

За оценяване на неизвестния дял в генерална съвкупност се препоръчва използването на данни, които са с отговор „да“ или „не“ (1 или 0) на популярни въпроси за проучване на общественото мнение. Броят на данните може да варира в големи граници.

## ■ Урок 8.

### Обобщение

**Вид на урока:** обобщение.

**Основна дидактическа цел:** Да се затвърдят знанията на учениците върху основните типове задачи от раздел *Статистика*.

**Задачи на урока:**

- Затвърдяване на знанията за построяване на честотни таблици, хистограма и полигон на честотите.
- Затвърдяване на пресмятане на дисперсия и стандартно отклонение.
- Затвърдяване на понятието *статистическа вероятност*.
- Затвърдяване на методите за оценяване на неизвестния дял в генерална съвкупност.

**Указания към хода на урока:** Препоръчва се да се разгледат по една задача от всяка тема на раздела.

## ■ Урок 9.

### Практически дейности

**Вид на урока:** практически дейности.

**Основна дидактическа цел:** Да се обучат учениците в методи за събиране на данни за статистически анализи.

**Задачи на урока:**

- Събиране на данни от леснодостъпна извадка.
- Симулиране на данни с Excel.
- Анкетни проучвания, които да се използват за оценяване на неизвестен дял в генерална съвкупност.

**Указания към хода на урока:** Учениците могат сами да събират данни по обществено значими или популярни теми. Леснодостъпни извадки от данни могат да получават от съучениците си. В събирането на данни от леснодостъпна извадка трябва да се обърне внимание за каква генерална съвкупност ще са валидни резултатите от тази извадка. За такива данни могат да приложат методите, изучени в този раздел.

Чрез симулиране на данни с Excel могат да се упражнят различни задачи за статистическа вероятност.

Препоръчваме на учениците да се зададе тема за извънкласно анкетно проучване.

## ■ Урок 10.

### Тест

**Вид на урока:** тест.

**Основна дидактическа цел:** Проверка на усвоените знания от раздел *Статистика*.

**Задачи на урока:** Подбират се по една задача от темите:

- Честотни таблици с хистограма – препоръчва се данните да са между 20 и 30.
- Пресмятане на дисперсия и стандартно отклонение – препоръчва се данните да са малко на брой (между 4 и 6), за да не се губи време в безцелно смятане на ръка.
- Статистическа вероятност – подходящи са примери със зарове и монети.
- Оценяване на неизвестния дял в генерална съвкупност – препоръчва се използването на данни, които са отговор с „да“ или „не“ (1 или 0) на популярни въпроси за проучване на общественото мнение. Броят на данните може да варира в големи граници.



Темата е разработена в 20 урока – 9 за нови знания, 9 за упражнение, 1 обобщителен урок и 1 тест.

В темата се разглеждат модулни уравнения, основни показателни уравнения, основни логаритмични уравнения, основни тригонометрични уравнения и уравнения, които след полагане се свеждат до квадратни. Използват се свойствата на показателната, логаритмичната и тригонометричната функция.

Ученикът трябва да:

- знае свойствата на показателната функция
- знае свойствата на логаритмичната функция
- знае свойствата на тригонометричните функции
- може да определя дефиниционно множество при решаване на логаритмични уравнения
- може да решава основни показателни уравнения
- може да решава основни логаритмични уравнения
- може да решава основни тригонометрични уравнения
- умее чрез полагане да решава показателни, логаритмични и тригонометрични уравнения и да получава квадратни уравнения.

### ■ Урок 13. Основни показателни уравнения

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се формират у учениците умения за решаване на основни показателни уравнения.

**Задачи на урока:**

- Да се запознаят учениците с основните показателни уравнения.
- Да умеят да решават основни показателни уравнения.
- Да умеят да извършват елементарно преобразуване на по-сложни показателни уравнения и да получават основни показателни уравнения.

**Указания към хода на урока:** В началото се припомнят свойствата на степени с реален степенен показател. Показва се необходимостта от въвеждане на новото знание – процеси, които се моделират с показателни уравнения. Разглеждат се последователно уравнения от видовете  $a^{f(x)} = b$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ;  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  и  $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ . От всеки вид се решават по няколко примера в зависимост от нивото на класа.

### ■ Урок 20. Упражнение (Логаритмични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни)

**Вид на урока:** за упражнение.

**Основна дидактическа цел:** Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на логаритмични уравнения, които след полагане се свеждат към квадратни.

**Задачи на урока:**

- Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на логаритмични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни.
- Да се затвърдят уменията за разпознаване на уравнения, в които е удобно да се направи полагане.
- Да се затвърдят знанията за еквивалентни уравнения и уравнение следствие.

**Указания към хода на урока:** Решават се заедно няколко логаритмични уравнения от различни видове, които след полагане се преобразуват в квадратни уравнения. Обръща се внимание на учениците при преобразуване да се внимава за допустимите стойности на неизвестното. Новото неизвестно има нови допустими стойности. Някои пресмятания може да се оставят учениците да ги извършват самостоятелно и да се набляга на новите видове преобразуване и изводите в края на задачите. Припомня се и решаването на ирационални уравнения от 10. клас.

## ■ Урок 21.

### Основни тригонометрични уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се формират у учениците умения за решаване на основни тригонометрични уравнения.

**Задачи на урока:**

- Да се запознаят учениците с основните тригонометрични уравнения.
- Да умеят да решават основни тригонометрични уравнения.
- Да умеят да извършват елементарни преобразования при решаването на тригонометрични уравнения, за да получат основни тригонометрични уравнения.

**Указания към хода на урока:** В началото се припомнят свойствата на тригонометричните функции  $\sin x$  и  $\cos x$  и на техните графики.

Въвежда се понятието *частно решение на тригонометрично уравнение* и се дава начин за неговото намиране като основна стъпка за намиране на всички решения. Показва се връзката между решенията на уравненията и определянето на пресечни точки на графиките на функциите  $\sin x = a$  и  $\cos x = a$  с правата  $y = a$ . Показват се формулите за определяне на всички решения както и уравнения, които нямат решение. В урока се акцентира на уравненията  $\sin x = 0; \pm 1$  и  $\cos x = 0; \pm 1$ , чиито решения се разглеждат отделно като частни случаи. Разглеждат се последователно уравнения от видовете  $\sin(f(x)) = a$  и  $\cos(f(x)) = a$ , където  $f(x)$  е линейна функция. Показват се начини за определяне на решенията на уравненията в интервал. От всеки вид се решават по няколко примера в зависимост от нивото на класа.

## ■ Урок 25.

### Упражнение (Тригонометрични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни)

**Вид на урока:** за упражнение.

**Основна дидактическа цел:** Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на тригонометрични уравнения, които след полагане се свеждат към квадратни.

**Задачи на урока:**

- Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на тригонометрични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни.
- Да се затвърдят уменията за разпознаване на уравнения, в които е удобно да се направи полагане.
- Да се затвърдят знанията за еквивалентни уравнения и уравнение следствие.

**Указания към хода на урока:** Решават се колективно няколко тригонометрични уравнения от различни видове, които след полагане се преобразуват в квадратни уравнения. Основният метод е с помощта на основни тригонометрични формули да се сведе уравнението до квадратно уравнение на една от четирите тригонометрични функции. Показва се как се решава хомогенно уравнение като основен вид уравнение, който се среща и в други уроци. Някои пресмятания може да се оставят за самостоятелна работа на учениците, а да се акцентира на тригонометричните формули. Показана е задача, в която да се извърши обобщаване на отговорите с цел опростяване или проверка.

Темата е разработена в 10 урока – 4 за нови знания, 4 за упражнение, 1 обобщителен урок и 1 тест.

В темата се разглеждат модулни неравенства, основни показателни неравенства и основни логаримични неравенства.

Ученикът трябва да:

- знае свойствата на показателната функция
- знае свойствата на логаримичната функция
- може да определя дефиниционно множество при решаване на логаримични неравенства
- може да решава някои модулни неравенства
- може да решава основни показателни неравенства
- може да решава основни логаримични неравенства.

### Урок 33.

#### Ирационални неравенства

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се формират у учениците умения за решаване на основни ирационални неравенства.

**Задачи на урока:**

- Да се запознаят учениците с основните ирационални неравенства.
- Да умеят да решават основни ирационални неравенства.
- Да умеят да извършват елементарно преобразуване, така, че от ирационални неравенства се достига до системи от рационални неравенства.

**Указания към хода на урока:** Решават се няколко задачи от вида  $\sqrt{ax^2 + bx + c} < (>) m$ , като за  $m$  се вземат положителни, отрицателни стойности и нула. Разглеждат се поотделно двата основни вида неравенства с помощта на двете основни теореми:

$$\text{Теорема 1: } \sqrt{ax^2 + bx + c} < (<=) mx + n \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ mx + n > (>=) 0 \\ ax^2 + bx + c < (<=) (mx + n)^2 \end{cases} .$$

$$\text{Теорема 2: } \sqrt{ax^2 + bx + c} > (>=) mx + n \Leftrightarrow \begin{cases} mx + n < 0 \\ ax^2 + bx + c \geq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} mx + n \geq 0 \\ ax^2 + bx + c > (>=) (mx + n)^2 \end{cases}$$

със и без строго неравенство.

В зависимост от нивото на учениците могат да се докажат или не основните теореми. Обръща се внимание на приликите и разликите в двата случая. Припомнят се основни понятия като обединение и сечение на числови интервали. След което се решават по няколко примера от двата основни вида.

### Урок 37.

#### Основни логаримични неравенства

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се формират у учениците умения за решаване на основни логаримични неравенства.

**Задачи на урока:**

- Да се запознаят учениците с основните логаримични неравенства.
- Да умеят да решават основни логаримични неравенства.
- Да умеят да извършват елементарно преобразуване на логаримични неравенства, за да получат основни логаримични неравенства.

**Указания към хода на урока:** В началото се припомня монотонността на функцията  $y = \log_a f(x)$  в ДМ и  $b = a^{\log_a b}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ . Разглеждат се основните неравенства  $\log_a f(x) < b$  ( $\log_a f(x) > b$ ),  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  и  $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

Обръща се внимание на учениците, че неравенства от този вид се разглеждат за стойности на  $x$ , за които  $f(x) > 0$ . Решаването се свежда до решаване на неравенства от вида  $\log_a f(x) < \log_a a^b$  ( $\log_a f(x) > \log_a a^b$ ). Акцентира се, че при  $a > 1$  решаването се свежда до решаване на неравенствата  $0 < f(x) < g(x)$ , а при  $0 < a < 1$  решаването се свежда до решаване на неравенствата  $f(x) > g(x) > 0$ .

## ЕКСТРЕМАЛНИ ЗАДАЧИ

### ■ Урок 41.

#### Линейна функция. Квадратна функция. Най-голяма и най-малка стойност

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се формират у учениците умения за решаване на задачи, свързани с най-голяма и най-малка стойност на линейна и квадратна функция.

**Задачи на урока:**

- Да си припомнят учениците основните свойства на линейна и квадратна функция.
- Да знаят и умеят да намират най-голяма и най-малка стойност на линейна функция в интервал.
- Да знаят и умеят да намират най-голяма и най-малка стойност на квадратна функция в интервал.

**Указания към хода на урока:** Решават се няколко задачи за намиране на най-голяма и най-малка стойност на линейна функция в интервал. Лесно се достига до алгоритъма за търсене на екстремалната стойност в краищата на интервала.

За квадратната функция се разглеждат двата основни случая – когато върхът се намира в разглеждания интервал и когато е извън него.

Предложени са по няколко задачи за всеки от двата случая.

### ■ Урок 42.

#### Линейна функция. Квадратна функция. Най-голяма и най-малка стойност

**Вид на урока:** упражнение.

**Основна дидактическа цел:** Да се затвърдят у учениците уменията за намиране на най-голяма и най-малка стойност на линейна функция в интервал.

**Задача на урока:**

С помощта на основни типове задачи да се повишат уменията на учениците за решаване на задачи за най-голяма и най-малка стойност на квадратна функция (основно).

**Указания към хода на урока:** Решени са няколко от основните типове задачи за намиране на най-голяма и най-малка стойност на квадратна функция в интервал. С илюстрации и примери са разгледани различни разположения на върха на параболата спрямо интервала. Има достатъчно на брой задачи за самостоятелна работа.

В зависимост от нивото на учениците могат да се решат и по-сложни задачи за НГС и НМС на квадратна и линейна функция в интервал, до която се достига след смяна на променливата (полагане).

*Например:*  $f(x) = \sin^2 x + \sin x - 1$ ;  $g(x) = 4^x - 2^{x+1} + 3$ ;  $h(x) = \log_2^2 x - \log_2(4x)$  в подходящо избрани интервали за променливата  $x$ .

## ■ Урок 43. Основни елементарни неравенства

**Вид на урока:** за нови знания.

**Основна дидактическа цел:** Да се формират у учениците умения за решаване на задачи, свързани с основните елементарни неравенства между средноаритметично, средно геометрично, средно хармонично и средно квадратично.

**Задачи на урока:**

- Да се запознаят учениците с основните елементарни неравенства между средноаритметично, средно геометрично, средно хармонично и средно квадратично.
- Да умеят да прилагат основните елементарни неравенства между средноаритметично, средно геометрично, средно хармонично и средно квадратично в конкретни ситуации.

**Указания към хода на урока:** В началото се припомнят изучените вече неравенства между средноаритметично и средно геометрично. Решават се няколко задачи. След това учениците се запознават със средно хармонично и средно квадратично. Разглеждат се връзките между различните средни.

Учениците се запознават с алгебричните връзки между средни и с геометрични характеристики между средни.

## ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

### Входно ниво

#### Вариант 1

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.

На задачи 6 и 7 запишете отговора.

На задача 8 напишете подробно решение.

1. Стойността на израза  $\sqrt[3]{125} + \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} + 625^{\frac{1}{4}}$  е:  
А)  $-135$                       Б)  $-115$                       В)  $115$                       Г)  $135$
2. Стойността на израза  $\sqrt[5]{(1-\sqrt{2})^5} + \sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4}$  е:  
А)  $2 - 2\sqrt{2}$                       Б)  $2\sqrt{2} - 2$                       В)  $-2$                       Г)  $0$
3. Най-малкото от числата е:  
а)  $\log_3 \frac{1}{27}$                       Б)  $\log_{13} 13$                       в)  $\log_{\sqrt{2}} 1$                       Г)  $4^{\log_4 7}$
4. Диагоналите на вписан в окръжност трапец са перпендикулярни и дължината на височината му е  $2\sqrt{2}$ . Лицето на трапеца е:  
А)  $4\sqrt{2}$                       Б)  $8$                       В)  $8\sqrt{2}$                       Г)  $16$
5. Лицето на правилен шестоъгълник, описан около окръжност с радиус 2, е:  
А)  $8\sqrt{3}$                       Б)  $18$                       В)  $18\sqrt{3}$                       Г)  $36\sqrt{3}$
6. Хвърлени са два правилни зара. Ако  $A$  е събитието „На двата зара се падат равен брой точки“, а  $B$  е събитието „Сборът от точките се дели на 4“, то вероятността  $P(A.B)$  е:  
Отговор: \_\_\_\_\_
7. Стойността на израза  $\sin \frac{3\pi}{10} - \sin \frac{\pi}{10}$  е:  
Отговор: \_\_\_\_\_
8. Даден е триъгълник с дължини на страните 13, 14 и 15. Намерете лицето и радиусите на описаната и вписаната окръжност.

## Входно ниво

### Вариант 2

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.  
На задачи 6 и 7 запишете отговора.  
На задача 8 напишете подробно решение.

1. Стойността на израза  $\sqrt[3]{-64} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - (-32)^{\frac{1}{5}}$  е:

- А) 2                                      Б) 6                                      В) 10                                      Г) 14

2. Стойността на израза  $3^{2\log_3 2} - \log_{0,5} 2$  е:

- А) 2                                      Б) 3                                      В) 4                                      Г) 5

3. Най-голямото от числата е:

- А)  $\log_5 \frac{1}{125}$                                       Б)  $\log_5 \frac{1}{5}$                                       В)  $\log_3 27$                                       Г)  $\log_4 1$

4. Лицето на успоредник с дължини на диагоналите 6 и 10 и ъгъл между тях  $30^\circ$  е:

- А) 15                                      Б)  $15\sqrt{2}$                                       В)  $15\sqrt{3}$                                       Г) 30

5. Лицето на правилен шестоъгълник, вписан в окръжност с радиус 6, е:

- А) 54                                      Б)  $27\sqrt{3}$                                       В)  $54\sqrt{3}$                                       Г)  $81\sqrt{3}$

6. Две групи шивачки работят независимо една от друга за изпълнение на поръчка за определено време. Вероятността първата група да изпълни поръчката за определеното време е 0,9, а вероятността втората група да изпълни поръчката за определеното време е 0,8. Вероятността и двете групи да изпълнят поръчката за определеното време е:

Отговор: \_\_\_\_\_

7. Стойността на израза  $\frac{\cos 25^\circ \sin 75^\circ - \cos 65^\circ \sin 15^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 10^\circ}$  е:

Отговор: \_\_\_\_\_

8. Даден е трапец  $ABCD$  с основи  $AB = 42$ ,  $CD = 24$  и бедра  $BC = 14$ ,  $AD = 16$ . Намерете лицето  $S$  и диагоналите  $AC$  и  $BD$ .

Тест 3.

1. Среднодневните температури за декември от една измервателна станция са 2; -1; -1; -8; -4; -8; -2; 1; 3; 5; 4; 8; 0; 2; -2; -4; -5; -8; -5; -1; -5; -2; 0; 4; 6; 7; 3; 0; -4; -6; -1.
- А) Пресметнете средната температура, минималната и максималната температура.  
 Б) Пресметнете размаха на температурата, дисперсията и стандартното отклонение.  
 В) Постройте честотна таблица и хистограма на данните.

2. Месечните разходи за храна на едно домакинство са записани за пет последователни месеца 380; 550; 350; 650, 410.
- А) Пресметнете средния разход за месец и неговото стандартно отклонение.  
 Б) Ако разходите се повишат с 40 лв., какъв ефект би имало това върху средния разход и върху стандартното отклонение?

3. Хвърлят се два зара и се записва сумата от точките върху тях. При 100 опита са получени следните резултати:

Брой опити	Сума	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
100	Честота	4	8	10	13	12	16	12	10	6	5	4

- А) Изчислете относителните честоти за всяка сума и определете статистическата вероятност.  
 б) Постройте правоъгълна диаграма на относителните честоти.
4. В един турнир участват два отбора А и В, които са провели 16 срещи. Победите от срещите между тях са: В, А, А, В, А, А, А, В, А, В, А, А, А, В, А, В.
- А) Пресметнете статистическата честота за победа на всеки от двата отбора.  
 Б) Каква е вероятността за победа на отбор В?  
 В) Ако трябва да заложите за победа на един от двата отбора, кой бихте избрали?



Тест 4.

1. Оценките от контролно по математика на 20 ученици са:  
6; 4; 3; 2; 6; 4; 3; 6; 5; 4; 6; 6; 5; 4; 5; 6; 3; 6; 5; 5.
- А) Постройте честотната таблица с абсолютните и относителните честоти.  
Б) Постройте правоъгълна диаграма на тези данни.  
В) Коя оценка е с най-малка честота и коя с най-голяма честота?  
Г) Каква част от оценките са по-големи или равни на 5?

2. Цената на определен вид пица в 4 ресторанта е 7 лв., 9 лв., 8 лв., 8 лв.
- А) Пресметнете средната цена и нейното стандартно отклонение.  
Б) Ако цените се повишат с 50 ст., какъв ефект би имало това върху средната цена и върху стандартното отклонение?

3. Хвърля се шестстенен зар и се записват получените точки. При 100 опита са получени следните резултати:

Брой опити	Точки	1	2	3	4	5	6
100	Честота	14	16	23	12	18	17

- А) Изчислете относителните честоти за всяка от получените точки и определете статистическата вероятност.  
Б) Постройте правоъгълна диаграма на относителните честоти. Коя е най-често наблюдаваната стойност и каква е нейната относителна честота?

4. В проучване на общественото мнение за глобалното затопляне са анкетирани 100 случайно избрани младежи на възраст между 18 и 20 г. На въпроса: „Вярвате ли в глобалното затопляне?“ 75 младежи са казали „Да“.
- А) Пресметнете статистическата честота на младежите, които вярват в глобалното затопляне.  
Б) Каква е статистическата вероятност един случайно избран младеж да вярва в глобалното затопляне?

Тест 5.

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.  
 На задачи 6 и 7 запишете отговора.  
 На задача 8 напишете подробно решение.

1. Сборът от реалните корени на уравнението  $\left| x^2 + x \right| + 1 = 7$  е:  
 А) -7                      Б) -6                      В) -2                      Г) -1
2. Броят на реалните решения на уравнението  $(3^{x-3})^{x-1} = \frac{1}{3}$  е:  
 А) 0                      Б) 1                      В) 3                      Г) 4
3. Решение на уравнението  $3 \cdot 2^x + 5 \cdot 2^{x+1} = 2^{x+2} + 36$  е:  
 А) -2                      Б) 0                      В) 2                      Г) 4
4. Решенията на уравнението  $\sin 2x - \cos 2x = 0$ , в интервала  $[0; \pi]$ , са:  
 А) 0 и  $\frac{3\pi}{4}$                       Б)  $\frac{\pi}{4}$  и 0                      В)  $\frac{\pi}{4}$  и  $\frac{3\pi}{4}$                       Г)  $\frac{\pi}{8}$  и  $\frac{5\pi}{8}$
5. След полагането  $2^{x^2} = t$  уравнението  $2^{x^2+1} + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} = 10$  се свежда до уравнението:  
 А)  $2t^2 - 10t + 3 = 0$                       Б)  $2t^2 + 10t - 3 = 0$                       В)  $2t^2 - 10t - 3 = 0$                       Г)  $2t^2 + 10t + 3 = 0$
6. Дадено е уравнението  $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ . Запишете неговите решения.  
 Отговор: \_\_\_\_\_
7. Дадено е уравнението  $4 \cdot 81^x - 12 \cdot 36^x + 9 \cdot 16^x = 0$ . Запишете неговите решения.  
 Отговор: \_\_\_\_\_
8. Решете уравнението  $\log_2 x - \frac{6}{\log_2 x} = 1$ .

## Тест 6.

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.  
 На задачи 6 и 7 запишете отговора.  
 На задача 8 напишете подробно решение.

1. Броят на реалните решения на уравнението  $\left| |x^2 + x| + 1 \right| = 5$  е:

- А) 1                                      Б) 2                                      В) 3                                      Г) 4

2. Сборът от реалните корени на уравнението  $(6^{x^2-2x})^{x-1} = 1$  е:

- А) 0                                      Б) 1                                      В) 2                                      Г) 3

3. Решение на уравнението  $5^{x^2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$  е:

- А) -1                                      Б) 1                                      В) 0                                      Г)  $\pm 1$

4. Решенията на уравнението  $\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 0$ , в интервала  $[0; 2\pi]$ , са:

- А) 0 и  $\frac{\pi}{4}$                               Б)  $\frac{3\pi}{2}$  и 0                              В) 0 и  $\frac{3\pi}{4}$                               Г)  $\frac{3\pi}{2}$  и  $\frac{7\pi}{2}$

5. След полагането  $3^x = t$  уравнението  $3^{x+2} - 3^{1-x} = 9$  се свежда до уравнението:

- А)  $3t^2 - 3t - 1 = 0$                       Б)  $3t^2 + 3t - 1 = 0$                       В)  $9t^2 - 9t + 1 = 0$                       Г)  $9t^2 + 9t - 1 = 0$

6. Дадено е уравнението  $\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$ . Запишете неговите решения.

Отговор: \_\_\_\_\_

7. Дадено е уравнението  $5 \cdot 4^x - 12 \cdot 10^x + 4 \cdot 25^x = 0$ . Запишете неговите решения.

Отговор: \_\_\_\_\_

8. Решете уравнението  $\log_3 x + 3 \log_x 3 = 4$ .

## Тест 7.

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.  
 На задачи 6 и 7 запишете отговора.  
 На задача 8 напишете подробно решение.

- 1.** Сборът на целите решения на неравенството  $|x^2 - 4x| < 5$  е:  
 А) 6                                      Б) 8                                      В) 9                                      Г) 10
- 2.** Решението на неравенството  $(\sqrt{2} - 1)^{x^2 - 1} > 1$  е:  
 А)  $x \in (0; 1)$                               Б)  $x \in (-1; 1)$                               В)  $x \in (1; +\infty)$                               Г)  $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- 3.** Решението на неравенството  $\sqrt{x^2 + x - 6} \geq |x|$  е:  
 А)  $x \in \emptyset$                                       Б)  $x \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$   
 В)  $x \in [2; +\infty)$                               Г)  $x \in [6; +\infty)$
- 4.** Решението на неравенството  $5^x \geq 5^{x^2 - 2}$  е:  
 А)  $x \in [-1; 2]$                               Б)  $x \in (-1; 2)$                               В)  $x \in [-2; 1]$                               Г)  $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$
- 5.** Решението на неравенството  $\log_{0,3} 5 < \log_{0,3}(x - 1)$  е:  
 А)  $x \in (-\infty; 6)$                               Б)  $x \in (0; 6)$                               В)  $x \in (1; 6)$                               Г)  $x \in (6; +\infty)$
- 6.** Решението на неравенството  $2^x \cdot 4^{2x} \cdot 8^{-\frac{x}{3}} < 0,5^{-x^2}$  е:  
 Отговор: \_\_\_\_\_
- 7.** Решението на неравенството  $\sqrt{24 - 2x - x^2} \leq x - 4$  е:  
 Отговор: \_\_\_\_\_
- 8.** Решете неравенството  $\log_2(x - 2)^2 + \log_{\sqrt[3]{2}}|x - 2| < 3^{\log_3 6} \cdot \log_2 5$ .

## Тест 8.

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.  
 На задачи 6 и 7 запишете отговора.  
 На задача 8 напишете подробно решение.

1. Решенията на неравенството  $|x^2 - 1| \leq 3$  са:

- А)  $x \in [-1; 2]$       Б)  $x \in (-1; 2)$       В)  $x \in [-2; 2]$       Г)  $x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

2. Решението на неравенството  $(\sqrt{5} - 2)^{2-x^2} < 1$  е:

- А)  $x \in (-1; 1)$       Б)  $x \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$       В)  $x \in (-\infty; \sqrt{2})$       Г)  $x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

3. Броят на целите решения на неравенството  $\sqrt{2-x^2} \leq |x|$  е:

- А) 0      Б) 1      В) 2      Г) 4

4. Решението на неравенството  $\log_3(x-2) < 0$  е:

- А)  $x \in (-\infty; 3)$       Б)  $x \in (2; 3)$       В)  $x \in (0; 3)$       Г)  $x \in (2; +\infty)$

5. Сборът на целите решения на неравенството  $2^{\sqrt{x}} \leq 4$  е:

- А) 10      Б) 11      В) 12      Г) 13

6. Решението на неравенството  $2^{\log_2|x|} < \log_2 2^x + 1 - x$  е:

Отговор: \_\_\_\_\_

7. Решението на неравенството  $\sqrt{x^2 - x} \leq 1 - x$  е:

Отговор: \_\_\_\_\_

8. Решете неравенството  $\log_{0,2} \log_2(x^2 - 3x + 2) < 0$ .

Тест 9.

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.

На задачи 6 и 7 запишете отговора.

На задача 8 напишете подробно решение.

1. Максимумът на коя от следните функции:  $f_1(x) = 1 - x^2$ ,  $f_2(x) = -x^2 + 6x - 5$ ,  $f_3(x) = -3,1 - x^2$ ,  $f_4(x) = -4x^2 - 5x - 1$  е по-малък от минимума на  $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$  ?  
 А)  $f_4(x)$                       Б)  $f_2(x)$                       В)  $f_1(x)$                       Г)  $f_3(x)$
2. Разглеждат се функциите  $f(x) = x^2 - 5x + 4$  и  $g(x) = 3 - 4x$  за  $x \in [-1, 3]$ . Радиусът на окръжността, описана около равнобедрен триъгълник с основа  $2^{|f_{\max} - g_{\max}|}$  cm и височина към основата  $2^{|f_{\max} + g_{\min}|}$  cm, е  
 А) 5 cm                      Б) 4 cm                      В) 10 cm                      Г)  $4\sqrt{5}$  cm
3. За  $x \in (0, \pi)$  стойностите  $\cos x$ ,  $\cos 2x$ , 1 са съответно втори, четвърти и шести член на аритметична прогресия. Сумата на първите 16 члена на тази прогресия е:  
 а)  $30\sqrt{3}$                       Б) 32,5                      В) 33,5                      Г) -33,5
4. Върху височината към основата на равнобедрен триъгълник с основа 4 и бедро 5 е избрана по произволен начин точка  $P$ . Най-малката стойност на сумата от квадратите на разстоянията от  $P$  до върховете на триъгълника е:  
 А) 34                      Б) 35                      В) 39                      Г) 38
5. Измежду числата  $\{1, 2, 3, 4\}$  се избира двойка различни числа  $(a, b)$  и се съставя функцията  $f(x) = ax^2 + bx + a$ . Вероятността за възникване на събитието „ $f(x)$  има минимална стойност нула“ е:  
 А)  $\frac{1}{3}$                       Б)  $\frac{1}{4}$                       В)  $\frac{1}{5}$                       Г)  $\frac{1}{6}$
6. Даден е трапец с основи 6 cm и 2 cm, за който окръжностите с диаметри бедрата му се допират в средата на средната му отсечка. Намерете лицето на трапеца.

Отговор: \_\_\_\_\_

7. Чрез функцията  $f(x) = 2x - 1$  са съставени функциите  $F(x) = f(x^2) - [f(x)]^2$  и  $G(x) = f(x^2) + [f(x)]^2$ .  
 А) Намерете абсолютната стойност на разликата между НГС на  $F(x)$  и НМС на  $G(x)$  за  $x \in [-1, 1]$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

Б) Решете уравнението  $F(\sin 2x) = -\frac{1}{2}$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

В) Решете неравенството  $\sqrt{2 + G(x)} > f(x) - 3$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

8. Даден е трапец, за който едното бедро е средно квадратичното, а другото бедро – средноаритметичното на основите му. Ако голямата основа е 5 cm, а малката основа е 3 cm, намерете косинуса на по-големия от острите ъгли на трапеца.

Тест 10.

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.  
 На задачи 6 и 7 запишете отговора.  
 На задача 8 напишете подробно решение.

1. Минимумът на коя от следните функции:  $f_1(x) = x^2 + 2x + 12$ ,  $f_2(x) = x^2 - 2x - 10$ ,  $f_3(x) = x^2 - 2x + 19$ ,  $f_4(x) = 4x^2 + 17$  е по-голям от максимума на  $f(x) = -4x^2 + 16x + 1$ ?  
 А)  $f_4(x)$                       Б)  $f_2(x)$                       В)  $f_1(x)$                       Г)  $f_3(x)$
  
2. Разглеждат се функциите  $f(x) = 4 - 3x$  и  $g(x) = x^2 + 4x + 6$  за  $x \in [-3, 0]$ . Лицето на успоредник със страни  $a = \log_2 |g_{\max} + g_{\min}| \text{ cm}$ ,  $b = \log_2 |f_{\min}| \text{ cm}$  и остър ъгъл  $30^\circ$  е:  
 А)  $5 \text{ cm}^2$                       Б)  $4 \text{ cm}^2$                       В)  $3 \text{ cm}^2$                       Г)  $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$
  
3. За  $x \in (0, \pi)$  стойностите  $\sin^2 x$ ,  $2\cos x$ ,  $1$  са съответно първи, трети и пети член на аритметична прогресия. Деветият член на тази прогресия е:  
 а) 3                                  б)  $3\sqrt{3}$                                   в)  $3\sqrt{6}$                                   Г) -3
  
4. Даден е ромб със страна 6 cm и остър ъгъл  $60^\circ$ . Върху големия му диагонал е избрана по произволен начин точка  $P$ . Най-малката стойност на сумата от квадратите на разстоянията от  $P$  до върховете на ромба е:  
 А) 36                                  Б) 72                                  В) 48                                  Г) 18
  
5. Измежду числата  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  се избира двойка различни числа  $(a, b)$  и се съставя функцията  $f(x) = ax^2 + (a + b)x + a$ . Вероятността за възникване на събитието „ $f(x)$  има минимална стойност  $f_{\min} = -a$ “ е:  
 а)  $\frac{1}{15}$                                   б)  $\frac{2}{15}$                                   в)  $\frac{1}{5}$                                   Г)  $\frac{1}{6}$
  
6. Даден е трапец с основи 8 cm и 4 cm, за който окръжностите с диаметри бедрата му делят средната му отсечка на три равни части. Намерете височината на трапеца.  
 Отговор: \_\_\_\_\_
  
7. Чрез функцията  $f(x) = 2x + 1$  са съставени функциите  $F(x) = \left(f\left(\frac{x}{2}\right)\right)^2 + f(x^2)$ ,  $G(x) = (f(x))^2 - f\left(\frac{x^2}{2}\right)$ .  
 А) Намерете абсолютната стойност на разликата между НМС на  $F(x)$  и НГС на  $G(x)$  за  $x \in [-1, 0]$ .  
 Отговор: \_\_\_\_\_  
 Б) Решете неравенството  $F(\log_2 x) < G(\log_2 x)$ .  
 Отговор: \_\_\_\_\_  
 В) Решете уравнението  $F(\sin^2 x) = G(\sin^2 x)$ .  
 Отговор: \_\_\_\_\_
  
8. Даден е трапец, за който едното бедро е средно геометричното, а другото бедро – средно хармоничното на основите му. Ако основите са с дължини 3 cm и 6 cm, намерете косинуса на по-големия остър ъгъл.

Тест 11.

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.  
 На задачи 6 и 7 запишете отговора.  
 На задача 8 напишете подробно решение.

1. Средноаритметичното и дисперсията на извадката от данни  $-3, -2, 0, 1, 4$  са:  
 А) 0 и  $-2$                       Б) 0 и 3                      В) 0 и 5                      Г) 0 и 6
2. Броят на целите числа, решения на неравенството  $\log_3(x^2 - 1) \leq 1$ , е:  
 А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 3
3. Ако  $K$  и  $H$  са съответно средно квадратичното и средно хармоничното на целите решения на неравенството  $x < \sqrt{3x}$ , то стойностите им са:  
 а)  $K = \frac{\sqrt{10}}{2}, H = \frac{4}{3}$               Б)  $K = \frac{\sqrt{5}}{2}, H = \frac{4}{3}$               В)  $K = \frac{\sqrt{10}}{2}, H = \frac{2}{3}$               Г)  $K = \frac{\sqrt{5}}{2}, H = \frac{3}{4}$
4. Сборът на решенията на уравнението  $\left| \sin \frac{\pi x}{2} \right| = \frac{1}{2}$ , в интервала  $\left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ , е:  
 А)  $-2$                       Б)  $-1$                       В) 0                      Г) 1
5. При 200 хвърляния на три монети са получени следните резултати за броя на гербовете при всяко от хвърлянията:

Брой гербове	0	1	2	3
Честота	24	73	77	26

Статистическата вероятност за два герба е:

- А)  $\frac{2}{3}$                       Б)  $\frac{77}{200}$                       В)  $\frac{3}{8}$                       Г)  $\frac{73}{200}$

6. Основите на правоъгълен трапец, описан около окръжност, са 6 cm и 2 cm. Намерете синуса на ъгъла между диагоналите на трапеца.

Отговор: \_\_\_\_\_

7. Дадени са функциите  $f(x) = \sin \frac{\pi x}{4}$  и  $g(x) = x^2 - 4x + 5$ .

А) Определете за кои стойности на  $x$  се достига НГС на  $f(x)$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

Б) Намерете НМС на  $g(x)$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

В) Решете уравнението  $f(x) + 1 = 2g(x)$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

8. Решете неравенството  $27^x - 4 \cdot 9^x + 3^{x+1} \leq 0$ .



Тест 12.

На задачи от 1 до 5 посочете верния отговор.  
 На задачи 6 и 7 запишете отговора.  
 На задача 8 напишете подробно решение.

1. Месечните разходи за отопление на едно домакинство са записани за четири последователни месеца 200; 215; 220; 205. Средният разход за месец и стандартното отклонение са:

А) 210 и  $5\frac{\sqrt{10}}{2}$       Б) 210 и 0      В) 210 и 12,5      Г) 215 и 12,5

2. Броят на целите числа, решения на неравенството  $\log_{0,3} \left| \frac{x}{10} - 1 \right| > 1$ , е:

А) 1      Б) 2      В) 3      Г) 4

3. Ако  $K$  и  $H$  са съответно средно квадратичното и средно хармоничното на целите решения на неравенството  $x - 3\sqrt{x} + 2 < 0$ , то стойностите им са:

а)  $K = \frac{\sqrt{14}}{3}, H = \frac{12}{13}$       Б)  $K = \sqrt{\frac{14}{3}}, H = \frac{12}{5}$       В)  $K = \sqrt{\frac{13}{2}}, H = \frac{2}{3}$       Г)  $K = \frac{\sqrt{13}}{2}, H = \frac{3}{4}$

4. Сборът на решенията на уравнението  $|\cos \pi x| = \frac{1}{2}$ , в интервала  $\left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$ , е:

А) -2      Б) 0      В) 2      Г) 2,5

5. При 400 хвърляния на три правилни зара са получени следните резултати за броя на шестите при всяко от хвърлянията:

Брой шестци	0	1	2	3
Честота	233	81	84	2

Статистическата вероятност за две шестци е:

А)  $\frac{1}{5}$       Б)  $\frac{21}{100}$       В)  $\frac{1}{2}$       Г)  $\frac{233}{400}$

6. Основите на равнобедрен трапец са 1 cm и 3 cm. Намерете косинуса на острия ъгъл между диагоналите на трапеца, ако лицето му е  $3 \text{ cm}^2$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

7. Дадени са функциите  $f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$  и  $g(x) = -x^2 - 2x - 2$ .

А) Определете за кои стойности на  $x$  се достига НМС на  $f(x)$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

Б) Намерете НГС на  $g(x)$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

В) Решете уравнението  $2f(x) + 1 = 3g(x)$ .

Отговор: \_\_\_\_\_

8. Решете неравенството  $0,2^{\sqrt{x+2}} < 5^{-x}$ .

## ОТГОВОРИ

### Тест 1.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	Б	Г	А	Б	А	$\frac{1}{12}$	0,5	$S = 84, R = \frac{65}{8}, r = 4$
Брой точки	3	3	4	4	4	6	6	10

Примерни критерии за оценяване на задача 8:

- За намиране на лицето на триъгълник ..... 4 т.  
 За намиране на радиуса на описаната окръжност ..... 3 т.  
 За намиране на радиуса на вписаната окръжност ..... 3 т.

### Тест 2.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	Б	Г	В	А	В	0,72	1	$h = \frac{16\sqrt{5}}{3}, S = 176\sqrt{5},$ $AC = 8\sqrt{21}, BD = 2\sqrt{281}$
Брой точки	3	3	4	4	4	6	6	10

Примерни критерии за оценяване на задача 8:

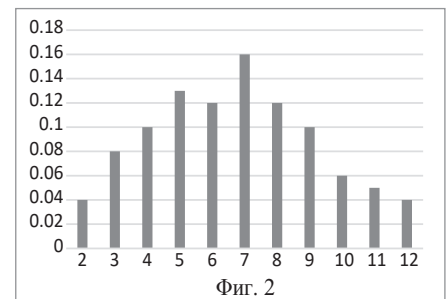
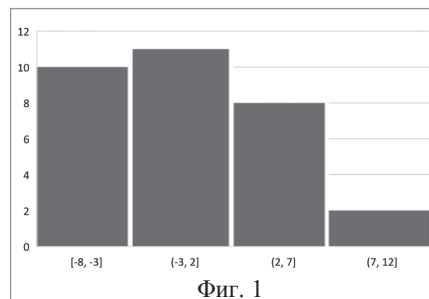
- За намиране на височината на трапеца ..... 2 т.  
 За намиране на лицето на трапеца ..... 3 т.  
 За намиране на диагонала  $AC$  на трапеца ..... 2,5 т.  
 За намиране на диагонала  $BD$  на трапеца ..... 2,5 т.

### Тест 3.

1. а) -1; -8; 8; б) 16; 18,85; 4,34; в) Вж. табл 1. 2. а) 468;113,9; б) 508;113,9. 3. а) 0,04; 0,08; 0,1; 0,13; 0,12; 0,16; 0,12; 0,1; 0,06; 0,05; 0,04. 4. а) 0,625; 0,375; б) 0,375; в) А.

Интервал	Абсолютна честота
$[-8, 3]$	10
$[-3, 2]$	11
$[2, 7]$	8
$[7, 12]$	2

Табл. 1

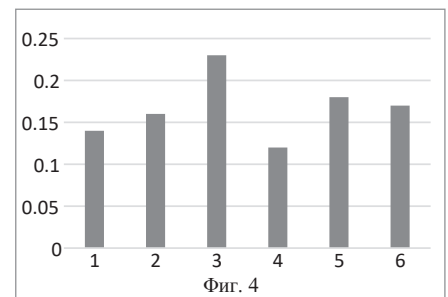
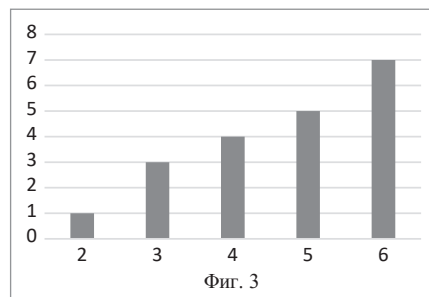


### Тест 4.

1. а) Вж. табл. 2. б) в) 2; 6; г) 0,6. 2. а) 0,8; 0,71; б) 0,85; 0,71. 3. а) 0,14; 0,16; 0,23; 0,12; 0,18; 0,17; б) най-често наблюдавана стойност е 3 с относителна честота 0,23; б) 4. 0,75; 0,75.

Оценка	Абсолютна честота	Относителна честота
2	1	0,05
3	3	0,15
4	4	0,2
5	5	0,25
6	7	0,35

Табл. 2



### Тест 5.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	Г	Б	В	Г	А	$x = 2k\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$	$x = \frac{1}{2}$	$x = 8, x = \frac{1}{4}$
Брой точки	3	3	3	3	3	7	8	10

### Тест 6.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	Б	Г	Г	Г	А	$x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$	$x = 1, x = \log_{\frac{2}{5}} 2$	$x = 3, x = 27$
Брой точки	3	3	3	3	3	7	8	10

### Тест 7.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	Г	Б	Г	А	В	$x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$	$x = 4$	$x \in (-3; 2) \cup (2; 7)$
Брой точки	4	4	4	4	4	6	6	8

Оценка =  $2 + 0,1.k$  ( $k$  – брой точки).

### Тест 8.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	В	Б	В	Б	А	$x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$	$x \in (-\infty; 0] \cup \{1\}$	$x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$
Брой точки	4	4	4	4	4	6	6	8

Оценка =  $2 + 0,1.k$  ( $k$  – брой точки).

### Тест 9.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	Б	А	В	Г	Г	$S = 8\sqrt{3}$	а) $\frac{2}{3}$ ; б) $\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ; в) $x \in (-\infty, -7] \cup [2, \infty)$	$\frac{3}{16}$
Брой точки	2	2	3	3	3	8	$3 + 3 + 3 = 9$	10

Примерни критерии за оценяване на задача 8:

Чертеж и примерни означения:  $ABCD : AB = 5, CD = 3, AD = K(3,5) = \sqrt{17}, BC = A(3,5) = 4$  ..... 2 т.

Ортогонално проектиране на  $C, D$  върху  $AB$  до  $C_1, D_1$  ..... 1 т.

Означаване:  $AD_1 = u, BC_1 = v$ , съставяне на системата  $\begin{cases} K^2(3,5) - u^2 = A^2(3,5) - v^2 \\ u + v = 5 - 3 \end{cases}$  и  $\Leftrightarrow \begin{cases} u - v = \frac{1}{2} \\ u + v = 2 \end{cases}$  ..... 3 т.

Намиране  $u = \frac{5}{4}, v = \frac{3}{4}$  ..... 2 т.

Обосновка:  $\sphericalangle B > \sphericalangle A$  и получаване  $\cos \sphericalangle B = \frac{3}{16}$  – по 1 т. .... 2 т.

### Тест 10.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	Г	В	А	Б	А	$h = 2\sqrt{3}$	а) 5; б) $x \in (0, 2)$ ; в) $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{7}{24}$
Брой точки	2	2	3	3	3	8	$3 + 3 + 3 = 9$	10

Примерни критерии за оценяване на задача 8:

Чертеж и примерни означения:  $ABCD : AB = 6, CD = 3, AD = G(3,6) = 3\sqrt{2}, BC = H(3,6) = 4$  ..... 2 т.

Ортогонално проектиране на  $C, D$  върху  $AB$  до  $C_1, D_1$  ..... 1 т.

Означаване:  $AD_1 = u$ ,  $BC_1 = v$ , съставяне на системата  $\begin{cases} G^2(3,6) - u^2 = H^2(3,6) - v^2 \\ u + v = 6 - 3 \end{cases}$  и  $\Leftrightarrow \begin{cases} u - v = \frac{2}{3} \\ u + v = 3 \end{cases}$  ..... 3 т.

Намиране  $u = \frac{11}{6}$ ,  $v = \frac{7}{6}$  ..... 2 т.

Обосновка:  $\sphericalangle B > \sphericalangle A$  и получаване  $\cos \sphericalangle B = \frac{7}{24}$  - по 1 т. .... 2 т.

### Тест 11.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	Г	В	А	В	Б	$\frac{8}{\sqrt{65}}$	а) $x = 2 + 8k, k \in Z$ ; б) $\min g(x) = 1$ ; в) $x = 2$	$x \in [0; 1]$
Брой точки	2	2	3	3	3	8	$3 + 3 + 3 = 9$	10

Примерни критерии за оценяване на задача 8:

За достигане до показателното неравенство  $3^x (9^x - 4 \cdot 3^x + 3) \leq 0$  или подобно ..... 2 т.

За достигане до неравенството  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  ..... 1 т.

За полагане  $t = 3^x$  и достигане до  $t^2 - 4t + 3 \leq 0$  ..... 1 т.

За решаването на неравенството и достигане до  $1 \leq t \leq 3$  ..... 2 т.

За решаване на всяко от неравенствата  $3^x \leq 3$  и  $3^x \geq 1$  по една точка ..... 2 т.

За окончателен резултат  $x \in [0; 1]$  ..... 2 т.

### Тест 12.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Отговор	А	Г	Б	Б	Б	$\frac{7}{25}$	а) $x = -1 + 4k, k \in Z$ ; б) $\max g(x) = -1$ в) $x = -1$	$x \in [-2; 2)$
Брой точки	2	2	3	3	3	8	$3 + 3 + 3 = 9$	10

Примерни критерии за оценяване на задача 8:

За достигане до показателното неравенство  $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x+2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^x$  или подобно ..... 1 т.

За достигане до неравенството  $\sqrt{x+2} > x$  ..... 1 т.

За определяне на всяка от системите  $\begin{cases} x < 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$  и  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 2 \geq x^2 \end{cases}$  по 1 т ..... 2 т.

За правилното решаване на всяка от системите по 2 т ..... 4 т.

За правилно определяне на окончателното решение  $x \in [-2; 2)$  ..... 2 т.

## СПИСЪК С ЕЛЕКТРОННИ РЕСУРСИ КЪМ УЧЕБНИКА

Наименование на урока	Ресурс
1. Групиране на данни. Хистограма и полигон	Динамична конструкция за построяване на хистограма
1. Групиране на данни. Хистограма и полигон	Интерактивна задача за построяване на хистограма и полигон
2. Таблица и графично представяне на акумулираните честоти	Динамична конструкция за построяване на хистограма на акумулираните честоти
2. Таблица и графично представяне на акумулираните честоти	Интерактивна задача за намиране на акумулираните честоти
3. Характеристики на разсейването	Средноаритметично, дисперсия и стандартно отклонение
3. Характеристики на разсейването	Тестова задача за стандартно отклонение
4. Упражнение	Интерактивна задача за построяване на хистограма на акумулираните честоти
4. Упражнение	Генератор на задачи за намиране на средноаритметично
4. Упражнение	Генератор на задачи за намиране на дисперсия
5. Вероятност и статистическа честота	Интерактивна задача за намиране на статистическа вероятност
6. Оценяване на неизвестен дял в генерална съвкупност чрез извадки	Тестова задача за генерална съвкупност и извадка
6. Оценяване на неизвестен дял в генерална съвкупност чрез извадки	Тестова задача за определяне на големината на извадката
7. Упражнение	Тестова задача за вероятност и статистическа честота
8. Обобщение	Интерактивна задача за акумулираните честоти
8. Обобщение	Интерактивна задача за статистическа вероятност
9. Практически дейности	Експериментална среда за статистика и вероятност
9. Практически дейности	Експериментална среда за статистика и вероятност
10. Тест	Генератор на задачи за намиране на стандартно отклонение
11. Модулни уравнения от вида $ ax^2 + bx + c  = m$	Генератор на задачи за решаване на уравнение от вида $ ax + b  = m$
11. Модулни уравнения от вида $ ax^2 + bx + c  = m$	Тестова задача за модулни уравнения
11. Модулни уравнения от вида $ ax^2 + bx + c  = m$	Тестова задача за модулни уравнения
12. Упражнение	Генератор на задачи за определяне броя на корените на модулно уравнение
12. Упражнение	Тестова задача за модулни уравнения
12. Упражнение	Тестови задачи за модулни уравнения
13. Основни показателни уравнения	Генератор на задачи за решаване на основни показателни уравнения
13. Основни показателни уравнения	Динамична конструкция за решаване на показателни уравнения
13. Основни показателни уравнения	Генератор на задачи за решаване на показателни уравнения
14. Упражнение	Динамична конструкция за решаване на показателни уравнения

14. Упражнение	Генератор на задачи за решаване на показателни уравнения
14. Упражнение	Генератор на задачи за решаване на показателни уравнения
14. Упражнение	Тестова задача за решаване на показателни уравнения
14. Упражнение	Тестова задача за решаване на показателни уравнения
15. Показателни уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни уравнения	Динамична конструкция за решаване на показателни уравнения
15. Показателни уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни уравнения	Тестова задача за показателни уравнения
15. Показателни уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни уравнения	Тестова задача за показателни уравнения
16. Упражнение	Тестова задача за решаване на показателни уравнения
16. Упражнение	Тестова задача за решаване на показателни уравнения
16. Упражнение	Тестова задача за решаване на показателни уравнения
17. Основни логаритмични уравнения	Генератор на задачи за решаване на основни логаритмични уравнения
17. Основни логаритмични уравнения	Динамична конструкция за решаване на основни логаритмични уравнения
17. Основни логаритмични уравнения	Тестова задача за основни логаритмични уравнения
17. Основни логаритмични уравнения	Тестова задача за логаритмично уравнение
18. Упражнение	Тестова задача за логаритмични уравнения
18. Упражнение	Тестова задача за логаритмични уравнения
19. Логаритмични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни	Тестова задача за логаритмични уравнения
19. Логаритмични уравнения, свеждащи се чрез полагане до квадратни	Тестова задача за логаритмично уравнение
20. Упражнение	Тестова задача за логаритмични уравнения
20. Упражнение	Тестова задача за логаритмични уравнения
21. Решаване на уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$	Анимация на построяването на графиките на функциите $y = \sin x$ и $y = \cos x$
21. Решаване на уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$	Анимация за периодичността на тригонометричните функции
21. Решаване на уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$	Решения на уравненията от вида $\sin x = a$
21. Решаване на уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$	Решения на уравненията от вида $\cos x = a$
21. Решаване на уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$	Тестова задача за броя на решенията на тригонометрично уравнение
21. Решаване на уравнения от вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$	Тестова задача за броя на решенията на тригонометрично уравнение
22. Упражнение	Тестова задача за тригонометрични уравнения
22. Упражнение	Тестова задача за тригонометрично уравнение
23. Решаване на основни тригонометрични уравнения $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{cotg} x = a$	Решения на уравненията от вида $\operatorname{tg} x = a$
23. Решаване на основни тригонометрични уравнения $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{cotg} x = a$	Решения на уравненията от вида $\operatorname{cotg} x = a$

23. Решаване на основни тригонометрични уравнения $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{cotg} x = a$	Тестова задача за тригонометрични уравнения
23. Решаване на основни тригонометрични уравнения $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{cotg} x = a$	Тестова задача за брой на корените на тригонометрични уравнения
24. Упражнение	Тестова задача за тригонометрични уравнения
24. Упражнение	Тестови задачи за броя и сбора от решенията на тригонометрични уравнения
25. Тригонометрични уравнения, които се свеждат до квадратни	Тестова задача за тригонометрични уравнения
25. Тригонометрични уравнения, които се свеждат до квадратни	Тестова задача за тригонометрично уравнение
26. Упражнение	Тестова задача за тригонометрични уравнения
26. Упражнение	Тестова задача за тригонометрично уравнение
27. Приложение на тригонометрията за решаване на геометрични задачи	Генератор на задачи за намиране на ъгъл в триъгълник
27. Приложение на тригонометрията за решаване на геометрични задачи	Тестова задача за правоъгълен триъгълник
28. Упражнение	Динамична конструкция за триъгълник, вписан в квадрат
28. Упражнение	Тестова задача за приложение на тригонометрията в триъгълник
29. Обобщение	Тестова задача за основните видове уравнения
29. Обобщение	Тестова задача за основните видове уравнения
30. Тест	Тестови задачи за уравнения
31. Модулни неравенства от вида $ ax^2 + bx + c  < (>)m$	Тестова задача за модулно неравенство
31. Модулни неравенства от вида $ ax^2 + bx + c  < (>)m$	Тестова задача за еквивалентни неравенства
31. Модулни неравенства от вида $ ax^2 + bx + c  < (>)m$	Тестова задача за модулни неравенства
32. Упражнение	Тестова задача за модулни неравенства
32. Упражнение	Тестова задача за модулно неравенство
32. Упражнение	Тестова задача за модулни неравенства
33. Иррационални неравенства от вида $\sqrt{ax^2 + bx + c} < (>)mx + n$	Тестова задача за ирационално неравенство
33. Иррационални неравенства от вида $\sqrt{ax^2 + bx + c} < (>)mx + n$	Тестова задача за ирационални неравенства
34. Упражнение	Тестова задача за ирационални неравенства
34. Упражнение	Тестова задача за ирационални неравенства
34. Упражнение	Тестова задача за ирационални неравенства
35. Основни показателни неравенства	Тестова задача за показателно неравенство
35. Основни показателни неравенства	Тестови задачи за показателни неравенства
36. Упражнение	Тестови задачи за показателни неравенства

36. Упражнение	Тестова задача за показателно неравенство
37. Основни логаритмични неравенства	Тестова задача за логаритмични неравенства
37. Основни логаритмични неравенства	Тестова задача за логаритмични неравенства
38. Упражнение	Тестова задача за логаритмично неравенство
38. Упражнение	Тестова задача за логаритмично неравенство
39. Обобщение	Тестова задача за модулни неравенства
39. Обобщение	Тестова задача за ирационални неравенства
39. Обобщение	Тестова задача за показателни и логаритмични неравенства
40. Тест	Тестови задачи за неравенства
41. Линейна функция. Квадратна функция. Най-голяма и най-малка стойност	Генератор на задачи за намиране на екстремална стойност на квадратна функция
41. Линейна функция. Квадратна функция. Най-голяма и най-малка стойност	Интерактивна задача за най-малка и най-голяма стойност на функция
41. Линейна функция. Квадратна функция. Най-голяма и най-малка стойност	Намирането на екстремуми на функция с графичен калкулатор на GeoGebra
42. Упражнение	Най-малка и най-голяма стойност на линейна функция в затворен интервал
42. Упражнение	Най-малка и най-голяма стойност на квадратна функция в затворен интервал
42. Упражнение	Тестова задача за най-малка и най-голяма стойност на функция
43. Основни елементарни неравенства	Интерактивна задача за намиране на средни стойности
43. Основни елементарни неравенства	Геометрични характеристики на средни стойности
43. Основни елементарни неравенства	Генератор на задачи за намиране на средноаритметично
43. Основни елементарни неравенства	Генератор на задачи за намиране на средното геометрично
43. Основни елементарни неравенства	Генератор на задачи за намиране на средното хармонично
43. Основни елементарни неравенства	Генератор на задачи за намиране на средното квадратично
44. Упражнение	Графично решение на тригонометрично уравнение
44. Упражнение	Интерактивна задача за средноаритметично и средно хармонично на три числа
44. Упражнение	Геометрична прогресия и средни стойности
45. Екстремални задачи в алгебрата	Квадратна функция и средноаритметично
45. Екстремални задачи в алгебрата	Най-малка и най-голяма стойност на квадратна функция в затворен интервал
45. Екстремални задачи в алгебрата	Линейна функция и средноаритметично
45. Екстремални задачи в алгебрата	Графично решение на задача 4
46. Упражнение	Генератор на задачи за намиране на екстремална стойност на квадратна функция
46. Упражнение	Графично решение на задача 2



46. Упражнение	Графично решение на задача 3
46. Упражнение	Графично решение на задача 4
46. Упражнение	Графично решение на задача 5
46. Упражнение	Квадратна функция с коефициенти средни стойности на две числа
46. Упражнение	Генератор на задачи за квадратна функция и средни стойности
47. Екстремални задачи в планиметрията	Графично решение на задача 1
47. Екстремални задачи в планиметрията	Графично решение на задача 4
47. Екстремални задачи в планиметрията	Екстремална задача за правоъгълник с даден периметър
48. Упражнение	Динамична конструкция за задача 1
48. Упражнение	Динамична конструкция за задача 2
49. Практически задачи за намиране на НГС и НМС на елементарни функции	Графично решение на задача 1
49. Практически задачи за намиране на НГС и НМС на елементарни функции	Графично решение на задача 2
50. Практически дейности	Графично решение на задача 1
50. Практически дейности	Графично решение на задача 2
50. Практически дейности	Графично решение с анимация на задача 3
51. Графични модели при решаване на екстремални задачи	Анимирано построение на задача 1
51. Графични модели при решаване на екстремални задачи	Анимирано построение на задача 2
52. Практически дейности	Трансформации на функция
52. Практически дейности	Графично решение на задача 1
52. Практически дейности	Теорема на Микел
52. Практически дейности	Динамична конструкция за задача 3
52. Практически дейности	Анимирано построение на задача 4
53. Обобщение	Графично решение на задача 2
53. Обобщение	Тестови задачи за квадратна функция
54. Тест	Тестови задачи за екстремални стойности
55. Статистика	Генератор на задачи за намиране на дисперсия
55. Статистика	Генератор на задачи за намиране на стандартно отклонение
56. Уравнения	Тестова задача за модулни уравнения
56. Уравнения	Тестова задача за показателни уравнения
56. Уравнения	Тестова задача за логаритмични уравнения

56. Уравнения	Тестова задача за тригонометрични уравнения
57. Неравенства	Тестова задача за модулни неравенства
57. Неравенства	Тестова задача за ирационални неравенства
57. Неравенства	Тестова задача за показателно неравенство
57. Неравенства	Тестова задача за логаритмични неравенства
58. Екстремални задачи	Динамична конструкция на задача 1
58. Екстремални задачи	Генератор на задачи за квадратна функция и средни стойности
59. Тест	Тестови задачи за изходно равнище

доц. д-р *Милен Йорданов Христов*  
проф. д.м.н. *Евгения Асенова Стоименова*  
*Юлиян Кънчев Цветков, Цеца Илиева Байчева*

**МАТЕМАТИКА за 12. клас**  
*Книга за учителя*

Редактор *Валентина Арабаджиева*  
Графичен дизайн *Петко Минчев*  
Коректор *Румяна Стефанова*

Българска. Издание първо, 2021 г.  
ISBN 978-619-215-543-8

Издател „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД  
1574 София, ул. „Никола Тесла“ № 5, BSR 2, ет. 4  
тел. 0700 47 400, e-mail: info@klett.bg, www.klett.bg