

Т. ВИТАНОВ
П. НЕДЕВСКИ
М. КЪОСЕВА

КНИГА ЗА УЧИТЕЛЯ

9
КЛАС



**Книга за учителя
по математика за 9. клас**

Автори

- © Теодоси Асенов Витанов, 2024 г.
© Петър Спиридонов Недевски, 2024 г.
© Мариана Димитрова Къосева, 2024 г.

Графичен дизайн и корица

- © Владимир Марков Минчев, 2018 г.

Издател

- © „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД, 2024 г.

ISBN 978-619-215-299-4

Възпроизвеждането на това издание или на отделни негови части под каквато и да е форма без изричното писмено съгласие на „КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД е престъпление.

СЪДЪРЖАНИЕ

УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА В ДЕВЕТИ КЛАС И РЕАЛИЗАЦИЯТА МУ В УЧЕБНИКА.....	5
МЕТОДИЧЕСКИ РАЗРАБОТКИ.....	11
КЛАСИЧЕСКА ВЕРОЯТНОСТ	11
ФУНКЦИИ.....	15
СИСТЕМИ ЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ С ДВЕ НЕИЗВЕСТНИ	19
СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ ОТ ВТОРА СТЕПЕН С ДВЕ НЕИЗВЕСТНИ.....	22
ПОДОБНИ ТРИЪГЪЛНИЦИ	26
РАЦИОНАЛНИ НЕРАВЕНСТВА.....	30
МЕТРИЧНИ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ОТСЕЧКИ	34
ТРИГОНОМЕТРИЧНИ ФУНКЦИИ НА ОСТЪР ЪГЪЛ	39
ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА НА ЗНАНИЯТА И УМЕНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ	43
ПРАКТИЧЕСКИ ДЕЙНОСТИ	45
ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ.....	46
ВХОДНО НИВО	
Тест 1	46
Тест 2	47
ФУНКЦИИ	
Тест 1	48
Тест 2	50
СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ	
Тест 1	52
Тест 2	53
ПОДОБНИ ТРИЪГЪЛНИЦИ	
Тест 1	55
Тест 2	56
РАЦИОНАЛНИ НЕРАВЕНСТВА	
Тест 1	57
Тест 2	58
ТРИГОНОМЕТРИЧНИ ФУНКЦИИ НА ОСТЪР ЪГЪЛ	
Тест 1	59
Тест 2	60
ГОДИШЕН ПРЕГОВОР	
Тест 1	61
Тест 2	63
ОТГОВОРИ НА ТЕСТОВЕТЕ.....	65
ИЗПОЛЗВАНЕ НА ЕЛЕКТРОННИЯ УЧЕБНИК И ЕЛЕКТРОННИТЕ РЕСУРСИ КЪМ УЧЕБНИКА	75

УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА В ДЕВЕТИ КЛАС И РЕАЛИЗАЦИЯТА МУ В УЧЕБНИКА

Учебният комплект се състои от учебник и книга за учителя. Темите в учебника са разработени в съответствие с изискванията на учебната програма по математика за девети клас, очакваните резултати от обучението в различните области на компетентност и връзката им с отделните ключови компетентности.

Девети клас е вторият клас на първи гимназиален етап в средната степен на образование и в този клас продължава изграждането на системата от математически знания в средното училище като продължение и разширение на изученото в предходните години.

Специфичните цели на обучението по математика, залегнали в Държавния образователен стандарт за първи гимназиален етап на средната степен на образование са:

- Формиране на логическо и пространствено мислене, на наблюдателност и математическа компетентност.
- Формирането на математическа компетентност за етапа е на познавателно, комуникационно и аналитично ниво, като се развива способността и желанието на индивида да използва математически методи на мислене и на представяне – чрез формули, модели, конструкции, графики, диаграми – най-общо казано „работа с данни“.
- Математическата компетентност за първи гимназиален етап включва стабилно познаване на факти, основни величини и закономерности, както и усвояване на познавателни и практически умения, необходими за решаване на задачи и проблеми чрез подбор и прилагане на основни методи и инструменти.
- Математическата компетентност на този етап предполага и поемане на отговорност за самостоятелно изпълнение на задачи в процеса на обучение, както и проява на отношение и готовност за избор на решение и поведение съобразно конкретни проблеми и обстоятелства.

Очакваните резултати от обучението по математика в девети клас в шестте области на компетентност са:

Област на компетентност „Числа. Алгебра“

В резултат на обучението си ученикът:

- Извършва тъждествени преобразувания с рационални изрази.
- Решава:
 - рационални неравенства без параметър, включително и по метода на интервалите;

- системи уравнения от първа и втора степен с две неизвестни без параметър чрез заместване или събиране;
- системи линейни неравенства с едно неизвестно без параметър.
- Умее да представя решения на неравенства чрез числови интервали.

Област на компетентност „Фигури и тела“

В резултат на обучението си ученикът:

- Знае признаците за подобни триъгълници.
- Умее да прилага признаците за подобни триъгълници.
- Знае метрични зависимости в правоъгълен триъгълник.
- Умее да решава правоъгълен триъгълник.
- Умее да решава равнобедрен триъгълник, равнобедрен и правоъгълен трапец и успоредник.
- Знае метрични зависимости между отсечки в окръжност.
- Умее да прилага метрични зависимости между отсечки в окръжност.

Област на компетентност „Функции. Измерване“

В резултат на обучението си ученикът:

- Знае:
 - понятието числова функция и начини на задаване;
 - понятията линейна и квадратна функция;
 - свойства на линейната и на квадратната функция (монотонност, най-голяма и най-малка стойност);
 - основните тригонометрични функции в интервала $(0;90^\circ)$.
- Умее да построява графики на линейна и квадратна функция.
- Пресмята стойности на изучените функции и на аргументите им.
- Пресмята стойности на тригонометричните функции при зададен аргумент и на аргумента при зададена стойност на тригонометричната функция (за 30° , 45° , 60°).

Област на компетентност „Логически знания“

В резултат на обучението си ученикът:

- Разбира на конкретно ниво смисъла на логическите съюзи „и“, „или“, „ако..., то...“, на отрицанието „не“ и на релациите „следва“ и „еквивалентност“.
- Разбира на конкретно ниво смисъла на кванторите „за всяко“, „съществува“ и понятията „необходимо условие“, „достатъчно условие“ и „необходимо и достатъчно условие“.
- Прилага метода на еквивалентните преобразувания при решаване на уравнения, неравенства и системи.
- Умее да конкретизира общовалидно твърдение и обосновава невярност на твърдение с контрапример.
- Преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор в конкретна ситуация и обосновава изводи.

Област на компетентност „Елементи от вероятности и статистика“

В резултат на обучението си ученикът:

- Разчита и интерпретира информация, представена с графики, с таблици или с диаграми.
- Умее да пресмята класическа вероятност чрез формулите за пермутации, вариации и комбинации без повторение.
- Знае да пресмята класическа вероятност на сбор на съвместими и на несъвместими събития.

Област на компетентност „Моделиране“

В резултат на обучението си ученикът:

- Оценява и интерпретира съдържателно получен при моделирането резултат.
- Моделира:
 - с квадратна функция;
 - с уравнения, свеждащи се до квадратни;
 - със система уравнения от първа или втора степен с две неизвестни;
 - с пермутации, вариации и комбинации.

В учебното съдържание по математика в 9. клас продължава системният курс по геометрия от 7. и 8. клас, като се разглеждат следните глобални теми: *Подобни триъгълници, Метрични зависимости между отсечки и Тригонометрични функции на остър ъгъл*. След геометрията на еднаквостите (еднаквите триъгълници) продължава изучаването на свойствата на фигурите с геометрията на подобностите (подобни триъгълници), т.е. изучаването на евклидовата геометрия в нейната пълнота. Най-важните следствия от теорията на подобните триъгълници са метричните зависимости в основните фигури и началните знания по тригонометрията. Всичко това дава възможност за съществени приложения при решаването на основните геометрични фигури.

Алгебричният материал включва глобалните теми *Функции, Системи линейни уравнения с две неизвестни, Системи уравнения от втора степен с две неизвестни, Рационални неравенства*. Важен момент е началото на изучаването на основното математическо понятие функция. След изучаването на пропорциите в 6. клас и запознаването с графиката на правата и обратната пропорционалност, сега започва системното изучаване на функциите с линейната и квадратната функции, техните графики, свойства и важната връзката с уравненията и неравенствата. Вторият важен момент в обучението по алгебра е завършването на цикъла на изучаването на рационалните уравнения, системи уравнения и неравенства.

В 9. клас с темата *Класическа вероятност* продължава изучаването на елементите на вероятностите и статистиката. След постепенното разширяване на знанията и компетентностите на учениците в тази област в обучението от 5. до 8. клас, в 9. клас могат да се отбележат два нови момента. Първият е използването на комбинаториката (от 8. клас) за разширяване на възможностите за пресмятане на класическа вероятност, и минимално разширяване на знанията в областта на теорията на вероятностите с пресмятане на вероятност на зависими и независими събития. Разбира се, продължава усъвършенстването на уменията на учениците за работа с таблици, диаграми и графики.

Учебникът следва хронологията на учебната програма, при която еднозначно е определен редът на изучаваните глобални теми. Включен е и начален преговор за актуализиране и систематизиране на необходимите знания от 8. клас, както и годишен преговор за обобщаване и затвърждаване на знанията и уменията. Силен акцент е поставен върху аргументацията, анализа на условието на твърдението или задачата, обосноваването и строгото доказване на теоремите – необходимо условие за развиване на уменията на учениците за анализ, синтез и оценка на получените резултати.

Целта на авторския екип е учебникът да се ползва самостоятелно от учениците и по тази причина в теоретичната част на уроците са решени и подробно описани ключови задачи. Учителят би могъл да използва учебника като помагало при разработката на отделните методически единици.

При развиването на математическата грамотност е необходимо да се акцентира на развиване на уменията на ученика да разчита и записва информация със символите на математиката и по нейните правила, т.е. да я преведе на математически език; да изпълнява точно и докрай процедури за изчисляване и сравняване; да оценява и проверява получените резултати; да избира и ползва адекватни методи, инструменти, помощни материали и технологии. Учебникът е ориентиран към развиване на математическите компетентности на учениците: математическо мислене и разсъждаване; аргументиране; комуникация на математически език; моделиране; решаване на математическа задача; представяне на математически обекти и ситуации.

При въвеждането на математическите понятия са спазени основните правила: разглеждане и наблюдение на достатъчен брой обекти, влизащи в обема на понятието; използване на житейския опит на учениците; запознаване със знание, в резултат на което учениците получават първична представа и разбиране за въвежданото понятие; отделяне на съществените признаци на разглежданото понятие; формулиране на точното определение на разглежданото понятие; въвеждане на символното означение; разкриване на връзките на новото понятие с вече изучените и показване на практическата приложимост на новото понятие.

По този начин се цели реализиране на последователните мисловни етапи: възприемане, получаване на представа, разбиране, осмисляне, запомняне, обобщение, систематизация и приложение.

За пръв път в нашата практика за тази възрастова група се предлага учебник по математика, разработен и структуриран по уроци. Разработени са 101 урока (включително и уроци за проверка и оценка на знанията) и са оставени 7 часа резерв, които да се използват по преценка на учителя. Спазено е препоръчителното процентно разпределение по видове уроци съгласно учебната програма, видно в следващата таблица.

Тема	Нови знания	Упражнение и обобщение	Контрол и оценка	Общо
1. Начален преговор		5	1	6
2. Класическа вероятност	4	2		6
3. Функции	7	5	1	13
4. Системи линейни уравнения с две неизвестни	6	3	0	9
5. Системи уравнения от втора степен с две неизвестни	3	4	1	8
6. Подобни триъгълници	6	6	1	13
7. Рационални неравенства	6	5	1	12
8. Метрични зависимости между отсечки	7	4	0	11
9. Тригонометрични функции на остър ъгъл	5	5	1	11
10. Годишен преговор	0	7	1	8
	44	46	7	97
	46%	47%	7%	

Уроците за нови знания са на разтвор или на две последователни страници, а уроците за упражнение – на една страница и само в изключителни случаи – на две страници. Преговорните уроци са в подходящ обем за осъществяването на целта на преговора (начален и годишен). Обобщителните уроци са на една или две страници и предхождат тестовете. Уроците за проверка и оценка на знанията представляват примерни тестове за самооценка на ученика. В края на учебника за всеки тест са предложени критерии за оценяване. Учебникът съдържа обръщение към ученика и указания как да използва този учебник, както и кратко описание на рубриките. Има ясен апарат за ориентиране, като добре е отделено съдържанието за колективна работа в клас от съдържанието за самостоятелна работа на учениците, определенията, правилата, теоремите.

В решените в уроците задачи е полезно да се фокусира вниманието на ученика върху вярното записване на решението на задача на математически език. Задачите, при решаването на които е целесъобразно да се използва калкулатор, са маркирани.

При разработването на учебното съдържание и най-вече на задачите като основен компонент от учебното съдържание по математика се акцентира върху следните важни функции и характеристики на съдържанието:

- Осъществяване на междупредметни връзки чрез задачи и проекти (физика, химия)

- Практическата приложимост и прагматичност на задачите и проектите
- Създаване на възможност за контрол и самооценка както със съдържанието на учебника (голям брой задачи за самостоятелна работа), така и чрез включване на примерни тестове с посочена схема за оценяване

За планиране на работата през учебната година учителят може да използва разработеното примерно годишно разпределение с предложени очаквани резултати по съответната тема (компетентности на ученика на ниво учебна програма), новите понятия за всеки урок, контекст и дейности на ученика по целите на урока и ресурси за осъществяването, възможни междупредметни връзки по теми, както и методи и форми на оценяване със съответния инструментариум.

Предложени са и разработки на различните видове уроци, както и тестове и контролни работи.

Надяваме се, че учебният комплект, включващ учебник с електронен вариант и настоящата книга, ще бъде полезен за учителите и ще подпомогне работата им и съответно успеваемостта на учениците.

МЕТОДИЧЕСКИ РАЗРАБОТКИ

КЛАСИЧЕСКА ВЕРОЯТНОСТ

Темата „Класическа вероятност“ е разработена в 6 урока, от които 4 за нови знания и 2 за упражнение.

Темата е нова за учебното съдържание в 9. клас и е продължение на заложеното в учебните програми от 5. клас развитие на знанията в областта на работа с данни и начални познания по вероятности и статистика. В програмата по математика за 9. клас са отбелязани основните компетентности, които учениците трябва да придобият в резултат на изучаването на тази тема.

Ученикът:

- умее да намира сечение, обединение, произведение и допълнение на множества;
- знае понятието класическа вероятност и умее да пресмята класическа вероятност като отношение на възможности;
- умее да пресмята класическа вероятност чрез формулите за пермутации, вариации и комбинации без повторение;
- умее да пресмята вероятност на допълнително събитие;
- умее да пресмята вероятност на сума на несъвместими събития;
- умее да пресмята вероятност на обединение и на сечение на събития.

Заедно с това е необходимо да се овладеят и присъщата терминология, и нови понятия.

В темата се предвижда известно разширение на знанията на учениците за действия с множества, като към известните от 6. клас операции сечение и обединение на множества се добавят допълнение и произведение. Както и в предходните години, знанията за множества се използват предимно за намиране в конкретни ситуации на множеството от всички изходи, множеството от благоприятните изходи при даден експеримент, както и намиране броя на елементите им. Именно в тази връзка с помощта на познати примери се въвеждат произведението и допълнението на множества.

Усъвършенстването на уменията на учениците да пресмятат класическа вероятност се извършва в две направления. Първото е разширяване възможностите на учениците за намиране на броя на елементите на съответните множества, като се използват формулите за пресмятане на пермутации, вариации и комбинации, изучени в 8. клас. Второто е дефиниране на сума и произведение на събития, допълнително събитие и намиране на съответните вероятности.

При работата с учебния комплект не бива да се пропускат възможностите, които дава е-учебникът за по-доброто разбиране и по-успешното усвояване на темите.

Ще представим няколко примерни методически разработки на характерни уроци от темата.

УРОК 7 КЛАСИЧЕСКА ВЕРОЯТНОСТ

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се разширят знанията на учениците за действия с множества. Да се формират уменията у учениците за пресмятане на класическа вероятност с помощта на изучените формули от комбинаториката.

Задачи на урока:

1. Да се въведе понятието декартово произведение на множества.
2. Да се актуализират знанията на учениците за класическа вероятност и формулите за пресмятане на пермутации, вариации и комбинации.
3. Да се формират умения у учениците за пресмятане на класическа вероятност с помощта на изучените формули от комбинаториката.

Указания към хода на урока:

Целесъобразно е урокът да започне с кратък преговор на изученото за класическа вероятност в 6. клас. Препоръчително е да се коментира формулата, която е дадена в страничното поле. (Може да се използва и е-учебникът.) Както е направено в учебника с най-прости премери (монета и зар), се коментира какво е множество от благоприятните изходи, множество от всички изходи, елементарно събитие, случайно събитие и т.н. Примерите с хвърлянето на две монети и два зара (добре известни от 6. клас) могат да се използват за определяне на понятието произведение на множества (декартово произведение) и намиране на броя на елементите на произведението. Понятието декартово произведение вероятно е попаднало в програмата за пълнота, но всъщност, извън няколкото прости примера, не намира никакво приложение по нататък при пресмятането на вероятности.

След приключване с коментарите по декартовото произведение на множества е уместно да се актуализират знанията на учениците за пресмятане на различните видове съединения без повторения. Могат да се използват формулите, дадени в учебника, или е-учебникът. Добре е всяка от формулите да се придружи с прост и добре известен пример от типа на броя на четирицифрените числа, записани с 4 различни цифри (пермутации), броя на четирицифрените числа, записани с 6 цифри (вариации), избор на комисия от 5 човека от група от 20 човека (комбинации) и т.н.

След това може да се пристъпи към приложението на формулите при пресмятане на класическа вероятност. В учебника подробно са разработени 3 задачи за пресмятане на вероятност с помощта на всяка една от формулите. Разгледани са най-популярни и често използвани ситуации (числа, записани с определен брой дадени цифри и урана с разноцветни топки). По преценка на учителя може да се добавят варианти на първите задачи, в които участва и цифрата 0.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 8. ВЕРОЯТНОСТ НА ПРОТИВОПОЛОЖНО СЪБИТИЕ, НА ОБЕДИНЕНИЕ И СЕЧЕНИЕ НА СЪБИТИЯ

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се разширят знанията на учениците за различни видове събития. Да се формират умения у учениците за пресмятане вероятност на обединение и сечение на събития.

Задачи на урока:

1. Да се изясни понятието противоположно събитие \bar{A} на събитието A и съответното му множество от благоприятни изходи като допълнение на множество от благоприятни изходи за събитието A .
2. Да се изяснят понятията обединение и сечение на събития и връзката им със съответните операции с множества.
3. Да се формират умения у учениците за пресмятане на класическа вероятност на допълнение на събитие, обединение и сечение на събития с помощта на изучените формули от комбинаториката.

Указания към хода на урока:

Урокът може да започне с въвеждането на понятията противоположно събитие и допълнение на множество. В учебника е разработен съвсем прост и добре известен на учениците експеримент с хвърляне на зар. Необходимо е понятието да се онагледя по подходящ начин с диаграма на Ойлер-Вен (както е направено в учебника).

След това с колективното разработване на зад. 1 може да се направи първоначално затвърдяване на новите понятия. Избран е подходящ пример, в който е много по-лесно да се намери вероятността на противоположното събитие вместо директно да се търси вероятността на посоченото събитие.

Урокът следва да продължи с изясняването на новите понятия обединение и сечение на събития. Трябва да се изясни връзката им с обединението и сечението на множества, да се онагледя с диаграми на Ойлер – Вен и да се илюстрира с подходящи добре познати на учениците примери.

За първоначално затвърдяване на новото е необходимо да се разработи колективно с класа зад. 1. Като се използва наготово (например от е-учебника) таблицата за възможните изходи при хвърлянето на два зара, следва учениците да попълнят таблицата за възможните събития и след това, като се използват изведените формули, да се намерят търсените вероятности.

За формиране на първоначални умения за намиране на обединение и сечение на вероятности е добре да се разработи колективно с класа и зад.3. Разгледана е популярна ситуация (колода с карти), в която могат да се формулират много задачи за пресмятане на вероятност, която обаче е нова тема за учениците.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 12. УПРАЖНЕНИЕ

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел: Да се обобщят знанията за пресмятане на класическа вероятност и да се формират умения както за използване на формулите за намиране обединение и сечение на вероятности, така и за използване на формулите за пресмятане на съединения без повторения.

Задачи на урока:

1. Да се обобщят знанията на учениците за намиране на класическа вероятност.
2. Да се усъвършенстват уменията на учениците да намират класическа вероятност с помощта на формулите за пресмятане на съединения без повторения.

Указания към хода на урока:

Урокът е последното упражнение от темата и има обобщителен характер. По преценка на учителя с подходящо онагледяване (например с помощта на материалите от е-учебника) накратко могат да се систематизират новите знания и изучените формули за пресмятане на класическа вероятност.

В урока са разработени 4 характерни задачи за пресмятане на вероятности. Първата е при известен брой дефектни чаши в дадена партида да се намери вероятността да се изберат 6 чаши без дефект или 6 дефектни чаши. Втората е посветена на картите за играта „Белот“ и намиране на вероятността при едно раздаване да се получи кварта. Целесъобразно е задачите да се разработват колективно с класа до изразяване броя на всички възможности и броя на благоприятните възможности, а пресмятането да се остави на учениците за самостоятелна работа.

Последните две задачи са за подреждане по случаен начин. Първата е по-лесната – за подреждане на книги на полица с условие три тома да са един до друг. Втората е по-сложна – за подреждане на компания около кръгла маса с условие двама души да са един до друг. И тези задачи е добре да се разработят колективно с класа, като се обърне специално внимание на втората, както и на особеностите, които възникват заради наредбата около кръгла маса.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

ФУНКЦИИ

Темата „Функции“ е разработена в 13 урока: седем за нови знания, четири за упражнения, един обобщителен урок и един урок за оценяване.

Темата е изключително важна за изграждане на математически знания. Функциите са в основата на приложенията на математиката в другите науки.

Ученикът трябва да:

- знае понятията функция и дефиниционно множество, и начините на задаване на функция.
- умее да намира функционална стойност и стойност на аргумента на дадена функция.
- знае понятията линейна и квадратна функция.
- умее да построява графика на линейна функция.
- умее да построява графики на квадратните функции и $y = ax^2$ и $y = ax^2 + bx + c$.
- умее да установява принадлежност на точка към графика на функция.
- умее да прави изводи за свойствата на линейната и на квадратната функция по графиките им.
- умее да намира най-малка и най-голяма стойност на квадратна функция.
- умее да представя графично решенията на линейно и квадратно уравнение.
- извлича информация за функции, зададени по различен начин.

В този раздел продължава изучаването на различни функции, което започва в 6. клас с разглеждане на права и обратна пропорционалност. Понятията функция, монотонност, графика на функция се въвеждат с точни дефиниции и се упражняват с примери за линейни и квадратни функции. Особено важно е учениците да усвоят понятията независима променлива и функционална стойност, да определят допустимите свойства на аргументите, да могат да извличат информация за графиката на функцията от функционалната зависимост и обратно от графиката да могат да съобразяват монотонността и да намират екстремалните стойности на дадена функция.

УРОК 19. ГРАФИКА НА КВАДРАТНАТА ФУНКЦИЯ

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се изучи графиката на квадратната функция $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Задачи на урока:

1. Построяване на графика на функцията $f(x) = ax^2 + bx + c$ с помощта на няколко точки и сравняване с графиката на $f(x) = x^2$.

2. Построяване на графиката на квадратна функция по характерни точки и свойства.

Указания към хода на урока

В началото на урока се припомнят свойствата и графиката на $f(x) = ax^2$, разгледани в предишния урок. Използва се готова таблица със стойности на разглежданата функция и се нанасят съответните точки в координатна система, в която е начертана предварително графиката на функцията $f(x) = x^2$. Разглежда се решената Задача 1. и се начертава графиката на конкретната квадратна функция. Обръща се внимание на най-малката стойност, симетрията и връзката с графиката на $f(x) = x^2$. След това се разглежда квадратна функция в общия случай. Като се използва допълването на квадратен тричлен до точен квадрат, се дефинират понятията връх на параболата, най-малка и най-голяма стойност и се прави обобщение за вида на графиката в зависимост от коефициента a и от дискриминантата D . Добре е учителят да подготви таблица с различните случаи за графиката на квадратната функция (електронен ресурс или табло на картон), която да се използва за усвояване на свойствата на квадратната функция и нейната графика. Чрез решаването на Задача 2. се затвърдяват новите знания и се прилагат в двата случая за старшия коефициент – положителен и отрицателен. При разглеждането на тези графики трябва да се отдели достатъчно внимание и на определяне на монотонността и екстремалните стойности на квадратната функция. В края на часа, ако прецени че има време, учителят може да постави за самостоятелно или групово решаване зад. 1 и зад. 2 от рубриката „Опитайте сами“. За домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 23. УПРАЖНЕНИЕ

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел: Да се затвърдят уменията за графично представяне на решенията на уравнение.

Задачи на урока:

1. Да се затвърдят уменията за графично представяне на решенията на линейно уравнение.
2. Да се затвърдят уменията за графично представяне на решенията на квадратно уравнение.
3. Да се затвърдят уменията за извличане на информация от геометрично изобразени обекти.

Указания към хода на урока

Зад. 1. След колективно обсъждане може учениците да решат задачата самостоятелно, а накрая да коментират получените резултати.

При решаването на зад. 2 построяването на графиката на квадратната функция може да се обсъди с целия клас. След това учениците извършват самостоятелно геометричните построения и пресмятат лицето. За домашна работа, по преценка на учителя, може да се даде едната или и двете задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 24. ДОТУК ЗНАЕМ

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел: Да се систематизират знанията на учениците за функции.

Задачи на урока:

1. Да се систематизират знанията на учениците за линейна функция – монотонност на функцията (в зависимост от знака на коефициента пред аргумента x) и графика на линейната функция.
2. Да се систематизират знанията на учениците за квадратна функция – елементи на графиката, монотонност на функцията и графика на квадратната функция.
3. Да се затвърдят уменията на учениците за графично представяне на решението на уравнение.

Указания към хода на урока

Добре е урокът да започне с беседа, целяща систематизирането на знанията за функция – аргумент, функционална стойност, графика на функция. При решаване на задачата на учениците може да се обърне внимание, че за построяване на графиката:

- на линейна функция е достатъчно да намерим две точки;
- на квадратна функция намираме върха на параболата, пресечните точки с координатните оси и определяме знака на коефициента пред x^2 .

Всяко от подусловията на задачата се решава самостоятелно от учениците в тетрадките и след това се записва на дъската и коментира. За домашна работа, по преценка на учителя, може да се даде задачата от рубриката „Опитайте сами“ и/или задачите от урок 25. Можем ли сами.

СИСТЕМИ ЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ С ДВЕ НЕИЗВЕСТНИ

Темата „Системи линейни уравнения с две неизвестни“ е разработена в 11 урока: шест за нови знания и три за упражнения.

Според учебната програма за 9. клас ученикът трябва да:

- Разпознава линейни уравнения с две неизвестни, знае понятията, свързани с тях.
- Знае понятието система линейни уравнения с две неизвестни и понятията, свързани с нея.
- Умее да решава система линейни уравнения с две неизвестни чрез заместване и събиране.
- Умее да преценява рационалността на избрания метод за решаване на системата.
- Осмисля връзката между коефициентите на две линейни функции и взаимното им разположение в една координатна система, умее да изследва броя на решенията на система линейни уравнения.
- Умее да представя графично решенията на системи линейни уравнения с две неизвестни.
- Умее да моделира със системи линейни уравнения с две неизвестни.
- Умее да оценява съдържателно получения при моделирането конкретен резултат и да го интерпретира.

УРОК 27. СИСТЕМИ ЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ С ДВЕ НЕИЗВЕСТНИ. РЕШАВАНЕ ЧРЕЗ ЗАМЕСТВАНЕ

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се запознаят учениците със системи линейни уравнения и с метода за решаване чрез заместване.

Задачи на урока:

1. Да се запознаят учениците със системи линейни уравнения и понятията решение на система уравнения и еквивалентни системи.
2. Да се формират умения за решаване на система чрез заместване.

Указания към хода на урока

Зад. 1 се разглежда колективно с класа, като се използват знанията за решаване на едно уравнение с две уравнения. Въвеждат се понятията система уравнения, система линейни уравнения с две неизвестни и еквивалентни системи уравнения.

Зад. 2 също се решава колективно и се използва за систематизиране на начина

за решаване – метод на заместването.

Зад. 3 се решава от учениците самостоятелно и след това се коментира колективно.

Зад. 4 може да се обсъди колективно и ако няма достатъчно време в часа, пълното решение се възлага за домашна работа.

При решаването на всяка от задачите трябва да се подчертава, че решението на системата е наредена двойка.

За домашна работа, по преценка на учителя, може да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 33. МОДЕЛИРАНЕ СЪС СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се формират умения за моделиране със системи линейни уравнения с две неизвестни.

Задачи на урока:

1. Да се формират умения за моделиране със системи линейни уравнения с две неизвестни.

2. Да се формират умения за съдържателно оценяване на получения резултат при моделиране и за интерпретирането му.

Указания към хода на урока

Добре е урокът да започне с припомняне на основните етапи при решаване на приложни задачи:

При първия етап – съставяне на математическия модел. Обръща се внимание, че се използват връзки, изведени в науката или практиката като формулата за пътя при равномерно движение от физиката, формулите за лица, дължини и обеми от геометрията, формули за пресмятане на лихви от банковото дело и др. При по-сложни разсъждения за нагледност и систематичност е добре да се съставят таблици. Този етап на решаването на задачите обикновено се извършва колективно.

Във втория етап е важно да се подчертае, че получените уравнения и системи се решават, без да се взема под внимание практическото значение на неизвестните.

В третия етап се оценява съдържателно полученият на втория етап резултат и се интерпретира практическият му смисъл.

Задача 1. се решава колективно, като в хода на решението учителят подчертава и разграничава отделните етапи, както и начина за записване на решението.

Задача 2 изисква прилагане на знания по геометрия. Според нуждите на класа учителят преценява по какъв начин да ги актуализира. Добре е решението да се направи колективно до съставянето на математическия модел, а решаването на системата, както и изводът да се оставят за самостоятелна работа, след което да

се обсъдят колективно.

По преценка на учителя задача 3. може да се остави за самостоятелна или групова работа, или отново да се направи колективно.

За домашна работа може да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 34. УПРАЖНЕНИЕ

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел: Да се затвърдят уменията за моделиране със системи линейни уравнения с две неизвестни.

Задачи на урока:

1. Да се затвърдят уменията за моделиране със системи линейни уравнения с две неизвестни.

2. Да се затвърдят уменията за решаване на системи уравнения с две неизвестни.

3. Да се формират умения за съдържателно оценяване на получения резултат при моделиране и за интерпретирането му.

Указания към хода на урока:

Този урок за упражнение дава възможност за усъвършенстване на компетентностите на учениците за прилагане на математическите знания в приложни задачи. В началото учителят трябва да актуализира знанията на учениците за зависимостите в задачите свързани със смеси и сплави. По преценка на учителя, може задачите да се разгледат в реда, в който са в учебника или първо да се реши задача 2, а след това задача 1 и задача 3. Добре е задачата, която се решава първа да се разгледа колективно, като се проследят внимателно разсъжденията и начина на записване на решението.

Задачата, която се решава втора може да се възложи за самостоятелно решаване след или без първоначално колективно обсъждане.

Задача 3 е подходяща за самостоятелна работа.

За домашна работа може да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ ОТ ВТОРА СТЕПЕНЕН С ДВЕ НЕИЗВЕСТНИ

В тази тема продължава изучаването на системи уравнения с две неизвестни, като учениците се запознават с решаване на системи, в които поне едно от уравненията е от втора степен.

Ученикът трябва да:

- знае понятието система уравнения от втора степен с две неизвестни и понятията, свързани с него;
- умее да решава системи уравнения от втора степен с две неизвестни чрез заместване и събиране;
- разбира връзката на логическия съюз „и“ с понятието система и с нейното решение;
- умее да моделира със системи квадратни уравнения с две неизвестни;
- умее да оценява съдържателно получения при моделирането конкретен резултат и да го интерпретира.

УРОК 35. СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ ОТ ВТОРА СТЕПЕН, В КОИТО ЕДНОТО УРАВНЕНИЕ Е ОТ ПЪРВА СТЕПЕН

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се запознаят учениците с метода на заместване за решаване на системи от втора степен с две уравнения, в които едното уравнение е линейно.

Задачи на урока:

1. Да се въведе понятието системи уравнения от втора степен.
2. Да се запознаят учениците с метода на заместване за решаване на системи от втора степен с две уравнения, в които едното е линейно уравнение.
3. Да се затвърдят уменията за извършване на еквивалентни преобразувания.

Указания към хода на урока:

Урокът започва с въвеждане на понятието уравнение от втора степен с две неизвестни и припомняне на метода за решаване на линейни системи чрез заместване. След това се обръща внимание, че решаването на системи от втора степен, в които едното е линейно, се решават със същия метод. Разликата е само, че след заместването се получава квадратно. Първият пример от зад. 1 се решава от ученик на дъската, а останалите всички предварително ги решават самостоятелно и след това се обсъждат колективно.

Със зад. 2 се припомня обратната теорема на Виет, която се използва без доказателство в 8. клас. След това се обобщава, че при решаване на системи от такъв вид можем направо да разгледаме съответното уравнение, без всеки път да заместваме едното неизвестно в квадратно уравнение с две неизвестни.

УРОК 36. СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ ОТ ВТОРА СТЕПЕН, В КОИТО ДВЕТЕ УРАВНЕНИЯ СА ОТ ВТОРА СТЕПЕН

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се запознаят учениците с методи за решаване на някои системи от втора степен с две уравнения, в които и двете уравнения са от втора степен.

Задачи на урока:

1. Да се запознаят учениците с решаване на някои системи уравнения от втора степен с две неизвестни, в които едното уравнение съдържа само едното неизвестно.

2. Да се запознаят учениците с решаване на някои системи уравнения от втора степен с две неизвестни, в които едното уравнение съдържа неизвестно само от първа степен.

3. Да се разгледат случаи, в които чрез разлагане на израза в лявата страна на едното уравнение на множители системата се свежда до система като в зад. 1 или зад. 2.

Указания към хода на урока

В началото на урока на учениците се обръща внимание, че в общия случай решаването на система, в която и двете уравнения са квадратни, е доста сложно. Случаите с такива системи са много разнообразни. Затова в урока са подбрани и групирани няколко случая с характерни подходи на решаване.

Започва се с колективна работа по зад. 1 като се обръща внимание, че едно от уравненията в системата не съдържа второто неизвестно и след като се реши това уравнение, със заместване се довършва решаването на системата. След това може да се продължи с колективна работа по зад. 2 като целта е да се изрази едно от неизвестните чрез другото и отново чрез заместване решаването на системата да се сведе до решаване на биквадратно уравнение.

С решаването на зад. 3 може да се демонстрира как може да се получи подходяща връзка между неизвестните и решаването на системата се свежда до квадратно или биквадратно уравнение.

В зад. 4 отново може да се получи задача от типа на зад. 1, като се използва, че в уравненията има пропорционални коефициенти.

За домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитай сам“ или нерешени задачи от първата част на урока.

УРОК 37.

УПРАЖНЕНИЕ

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел: Да се затвърдят уменията за решаване на системи уравнения от втора степен с две неизвестни.

Задачи на урока:

1. Да се затвърдят уменията за решаване на системи уравнения от втора степен с две неизвестни чрез събиране и заместване.
2. Да се усъвършенстват уменията на учениците да извършват тъждествени преобразувания.

Указания към хода на урока

Урокът може да започне с колективна работа по зад. 1. Целесъобразно е учителят да остави учениците да предложат метод за решаване. Ако е необходимо може да ги насочи към метода на решаване (чрез събиране). След това решаването може да се остави на учениците за самостоятелна работа, като учителят следи работата и ако се необходимо може да коментира с класа грешките.

По подобен начин може да се разработи с класа и втората задача. Ако има необходимост може да разработи и някои от задачите от рубриката „Опитай сам“.

За домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитай сам“.

УРОК 41. ДО ТУК ЗНАЕМ

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел: Да се систематизират знанията за системи уравнения с две неизвестни от първа и втора степен и да се усъвършенстват уменията на учениците да решават системи.

Задачи на урока:

1. Да се систематизират знанията на учениците за системи линейни уравнения с две неизвестни и методите за решаването им.
2. Да се систематизират знанията на учениците за системи уравнения от втора степен с две неизвестни и методите за решаването им.

Указания към хода на урока

Урокът може да започне с кратък преговор на основното в двете теми – кои са двата основни метода за решаване, които се изучават.

Работата може да започне с коментари по първата задача като е важно учениците да открият каква е системата и кой от методите, които познават е уместно да се използва. Решаването на системата е добре да се остави за самостоятелна работа. Учителят трябва да следи как работят учениците и ако е необходимо да коригира грешките. След завършването на решението се коментира резултатът. Ако има ученици работили по различен начин, то това също трябва да се отбележи. След това трябва колективно с класа да се представи геометрично решението.

По подобен начин може да се постъпи и с втората задача, като първо се открие вида (има уравнение от първа степен) и след това се коментира методът за решаване (със заместване). След това учениците работят самостоятелно. Добре е да се отбележи, че може да се изрази или x или y .

Третата задача е подобна на втората, но малко по-сложна тъй като при изразяването на неизвестно се получава израз от втора степен, преобразуванията са по-сложни и се достига да биквадратно уравнение.

Четвъртата задача се решава със събиране и може учителят в клас да се ограничи само с коментар по избора на метод за решаване и задачата да се остави за самостоятелна работа.

За домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитай сам“.

ПОДОБНИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

Темата „Подобни триъгълници“ е разработена в 13 урока, от които 6 урока за нови знания, 5 за упражнение, 1 за обобщение и 1 за контрол и оценка.

Вече беше споменато, че темата е ключова за изграждането на евклидовата геометрия. С темата се полагат основите на метричната част на евклидовата геометрия, т.е. възможността да намираме елементи на геометричните фигури по дадени техни елементи (страни и ъгли)

В програмата по математика за 9. клас са отбелязани основните компетентности, които учениците трябва да придобият в резултат на изучаването на тази тема.

Ученикът трябва да:

- знае понятието пропорционални отсечки;
- знае понятието подобни триъгълници и понятията, свързани с тях;
- знае и прилага признаците за подобност;
- знае свойствата на съответните елементи на подобните триъгълници;
- знае свойството на лицата на подобните триъгълници;
- знае и прилага теоремата на Талес и обратната теорема на Талес;
- знае и прилага свойството на ъглополовящите в триъгълник;
- разбира на конкретно ниво смисъла на понятията „необходимо условие“, „достатъчно условие“ и „необходимо и достатъчно условие“;
- умее да разграничава типични ситуации, свързани с приложение на подобни триъгълници.

Заедно с това е необходимо да се овладеят и присъщата терминология и нови понятия.

В разработването на темата се открояват три части. Първата е посветена на понятието пропорционални отсечки и свойствата им, основната теорема на евклидовата геометрия (теоремата на Талес) и свойството на ъглополовящата в триъгълника. Втората – на понятието подобни триъгълници и признаците за подобност, и третата – на свойствата на подобните триъгълници. Уроците са кратки и разработките са съобразени с възможностите на учениците. Във всички уроци има разработени задачи за затвърдяване и немалко задачи за самостоятелна работа.

При работата с учебния комплект не бива да се пропускат възможностите, които дава е-учебникът за по-добрата организация на учебния процес, за онагледяване и анализиране на типични геометрични конструкции и, разбира се, като резултат до по-доброто разбиране и по-успешното усвояване на темите.

Ще представим няколко примерни методически разработки на характерни уроци от темата.

УРОК 44. ТЕОРЕМА НА ТАЛЕС

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се формулира и докаже теоремата на Талес. Да се даде идея за нейното приложение.

Задачи на урока:

1. Да се формулира и докаже теоремата на Талес.
2. Да се коментира приложимостта ѝ в характерни конструкции.
3. Да се формират първоначални умения у учениците за прилагане на теоремата в базови конструкции.

Указания към хода на урока

Целесъобразно е урокът да започне с кратък коментар върху известни на учениците свойства, например както е направено в учебника със средната отсечка в триъгълник. Възможно е да се използва и конструкция с разделяне страните на триъгълник на три равни части. В този вариант е важно внимателно да се обособи успоредността на правите с помощта на теоремите за средна отсечка в триъгълник и средна основа в трапец.

След това се формулира и доказва теоремата на Талес.

След доказателството на теоремата се формулира и обратната теорема (без доказателство). Важно е да се обърне внимание на учениците, че всъщност двете теореми дават едно необходимо и достатъчно условие за успоредност на двойка прави, пресичащи раменете на ъгъл.

Теоремата на Талес обикновено се формулира и доказва в дадения в учебника по-прост вариант. Тя е валидна и за три успоредни прави, които пресичат двойка прави. Въпросът за валидността на обратна теорема в този случай е доста по-сложен.

След това може да се направи първоначално затвърдяване на теоремите с решаването на части от зад. 1 и зад. 3.

Урокът може да продължи с формулирането и доказването на следствието. Всъщност следствието е доказателството на общата теорема във важния и често използван случай на трапец. В случая на трапец е в сила и обратното твърдение.

След това, за да се формират първоначални умения за прилагането на теоремата, може колективно с класа да се разработи решената в урока задача (или части от зад. 2 от задачите след урока).

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 49. УПРАЖНЕНИЕ

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел: Да се затвърдят знанията на учениците за подобни триъгълници, да се усъвършенстват уменията им да прилагат първи признак за подобност на триъгълници в конкретни характерни ситуации.

Задачи на урока:

1. Да се затвърдят знанията на учениците за подобни триъгълници.
2. Да се усъвършенстват уменията им да откриват подобни триъгълници в характерни ситуации.
3. Да се усъвършенстват уменията им да намират страни и ъгли в подобни триъгълници, като прилагат следствието от подобие.

Указания към хода на урока:

В урока са решени подробно три характерни задачи за прилагане на първи признак за подобност и като следствие от подобие за намиране на дължини на отсечки. Възможни са различни варианти за провеждане на урока в зависимост от нивото на знания на учениците. Ако учителят прецени, че учениците имат необходимост от повече задачи за откриване на подобни триъгълници в характерни ситуации, е целесъобразно да започне с решаване на части от зад. 3 и зад. 4 от рубриката „Опитайте сами“. В тези задачи се иска да се откриват подобни триъгълници в конкретни ситуации, да се записва подобие и отношенията на съответните страни. Задачите са подходящи за самостоятелна работа. Необходимо е след това да се коментират с класа решенията. Важно е да се наблегне, че имаме (в тези задачи) три често срещани конструкции, в които следва да търсим подобни триъгълници – успоредни прави, хорди и секущи в една или две окръжности (зад. 3.) и прави ъгли (зад. 4.). След това може да се пристъпи към колективното разработване с класа на решените в урока задачи.

Ако учителят прецени, че учениците се справят добре с откриването на подобни триъгълници в най-простите ситуации, може да се започне с разработването с класа на решените в урока задачи и след това да се продължи със самостоятелна работа по някои от задачите от рубриката „Опитайте сами“.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 54. ДОТУК ЗНАЕМ

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел: Да се обобщят знанията за теоремата на Талес, свойството на ъглополовящите в триъгълника и признаците за подобност на триъгълници. Да се усъвършенстват уменията им да използват изучените теореми в характерни ситуации.

Задачи на урока:

1. Да се обобщят знанията за теоремата на Талес, свойството на ъглополовящите в триъгълника и признаците за подобност на триъгълници.

2. Да се усъвършенстват уменията им да използват изучените теореми в характерни ситуации.

Указания към хода на урока

В урока са решени подробно три характерни задачи за прилагане на признаците за подобност в трите най-характерни ситуации – височини в триъгълник, две окръжности и хорди и успоредни прави (намиране на характерна отсечка в трапец).

Урокът може да започне с актуализиране и обобщаване на знанията на учениците за теоремата на Талес и свойството на ъглополовящите в триъгълника. Учителят може да използва и материалите от е-учебника. По негова преценка, ако е необходимо, може да се дадат най-прости задачи за непосредствено приложение на теоремите или зад. 1 – 3 от рубриката „Опитайте сами“.

След това следва да се направи кратък преглед на признаците за подобност и на свойствата на подобните триъгълници и да се пристъпи към колективна работа по решените в урока задачи.

Първата задача е в позната ситуация (равнобедрен триъгълник и височини), но търсенето и откриването на подходящата двойка подобни триъгълници заслужава коментар. Довършването на задачата може да се остави за самостоятелна работа на учениците, като накрая се коментира отговорът и ако има нужда – грешките.

Втората задача също е в позната ситуация, но усложнението идва от наличието на два варианта. Целесъобразно е задачата да се постави на учениците, да се оставят да направят подходящ чертеж и след това колективно да се коментира кои триъгълници са подобни, защо са подобни и защо има втори вариант. Довършването може да се остави за самостоятелна работа, като накрая се коментира резултатът.

Третата задача е по-сложна и трябва да се използват знания, както за подобни триъгълници, така и за теоремата на Талес. Освен това е необходимо да се разгледат две двойки подобни триъгълници.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

РАЦИОНАЛНИ НЕРАВЕНСТВА

Темата „Рационални неравенства“ е разработена в 12 урока, от които 6 за нови знания, 4 за упражнение, 1 обобщителен урок и 1 урок за оценяване.

Темата е една от важните за изграждането на системата от математически знания по алгебра. Тя надгражда знанията на учениците за линейни неравенства и чрез разглеждане на системи линейни неравенства и квадратно неравенство полага основите за придобиване на компетентности, залегнали в учебните програми по математика в гимназиалния етап.

Според учебната програма за 9. клас ученикът трябва да:

- Знае понятието обединение и сечение на числови интервали и двойно неравенство.
- Знае понятието система неравенства и понятията, свързани с него.
- Умее да решава системи от две линейни неравенства с едно неизвестно и системи неравенства, свеждащи се до тях.
- Умее да решава неравенства от вида $(ax + b)(cx + d) > 0$ и $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$, и аналогични с тях, свързани със знаците $<$, $>$, \leq , \geq ;
- Разбира смисъла на логическите съюзи „и“, „или“ при решаване на неравенства.
- Умее да решава квадратно неравенство.
- Умее да прилага метода на интервалите при решаване на квадратно неравенство и неравенства от по-висока степен.
- Умее да решава дробни неравенства.
- Умее да моделира с неравенства.

В тази тема се разширяват знанията на учениците за решаване на неравенства чрез разглеждане на системи линейни неравенства и неравенства, чието решаване води до разглеждане на системи. При представяне на решенията им чрез числови интервали се прилагат компетентностите на учениците, свързани с работа с множества. Усъвършенстват се уменията им да правят логически разсъждения и изводи. При решаване на квадратни неравенства се задълбочават и прилагат знанията на учениците за свойствата на квадратната функция и нейната графика. Учениците са запознават с метода на интервалите за решаване на рационални неравенства от по-висока степен и на дробни неравенства и усвояват неговото прилагане. Усъвършенстват се компетентностите за моделиране в ситуации, изискващи използване на неравенства.

Решените задачи дават пример за основните факти, свойства и методи за решаване, използвани в темата. По преценка на преподавателя задачите в рубриката „Опитайте сами“ могат да се използват както за самостоятелна или колективна работа в учебните часове, така и да бъдат задавани като домашна работа на учениците.

Ще представим няколко примерни методически разработки на характерни уроци от темата.

УРОК 59. КВАДРАТНИ НЕРАВЕНСТВА

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се разширят знанията на учениците за решаване на неравенства. Да се формират уменията у учениците за решаване на квадратни неравенства чрез прилагане на свойствата на квадратната функция.

Задачи на урока:

1. Да се въведе понятието квадратно неравенство.
2. Да се актуализират знанията на учениците за свойствата и графиката на квадратната функция.
3. Да се покаже връзката между неравенствата от вида $(ax + b)(cx + d) > 0$ и квадратните неравенства.
4. Да се формират умения у учениците за решаване на квадратни неравенства.

Указания към хода на урока

Подходящо е урокът да започне с разглеждане на решената зад. 1. Тя може да бъде възложена за самостоятелно решаване от учениците, след което учителят трябва да обърне внимание, че след разкриване на скобите в лявата страна се получава квадратен тричлен. Това естествено води до въвеждането на понятието квадратно неравенство.

При разглеждането на свойствата и графиката на получената квадратна функция, както и на примерите от решената зад. 2, чрез колективна дискусия може да се стигне до обобщението за знаците на квадратния тричлен в зависимост от знака на старшия коефициент и дискриминантата му. Тези резултати дават възможност да изведем общо правило за решаване на квадратни неравенства.

Целесъобразно е учениците да запишат резултатите в таблица в тетрадките си, като по преценка на учителя таблицата може да се попълва индивидуално или с колективно обсъждане.

По преценка на учителя част от задачите от рубриката „Опитайте сами“ могат да се решат в часа, а друга част да се оставят за домашна работа.

УРОК 63. УПРАЖНЕНИЕ

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел: Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на неравенства с метода на интервалите. Да се разширят знанията на учениците за решаване на неравенства от по-висока степен, в които участва като множител точен квадрат.

Задачи на урока:

1. Да се актуализират уменията на учениците за разлагане на квадратен тричлен на множители.
2. Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на неравенства с метода на интервалите.

Указания към хода на урока

В началото на урока чрез фронтална беседа се припомня методът на интервалите за решаване на неравенства от по-висока степен. Припомня се и как се разлага на множители квадратен тричлен. След това се пристъпва към разглеждане на решените задачи в урока.

Чрез зад. 1 се затвърдяват уменията за прилагане на метода на интервалите и освен това се надграждат чрез разглеждане на множител точен квадрат и неговото влияние върху решенията. Трябва да се обърне внимание, че коренът на този множител не се изобразява върху числовата ос при първоначалното определяне на интервалите, които са решения. По преценка на учителя може да се коментират получените решения в сравнение с решенията на неравенството $(x - 4)(x^2 + x - 2)(x^2 + 5x + 6) < 0$.

Разглежда се зад. 2, чрез която се демонстрира друга възможност, водеща до присъединяване на корена на точния квадрат към решенията на неравенството. Отново, по преценка на учителя, може да се коментират получените решения в сравнение с решенията на неравенството с обратен знак.

Според нивото на класа решаването на зад. 1 и 2 може да се направи и чрез колективна дискусия.

По преценка на учителя част от задачите от рубриката „Опитайте сами“ могат да се решат в часа, а друга част да се оставят за домашна работа.

УРОК 66. ДОТУК ЗНАЕМ

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел: Да се обобщят и систематизират уменията на учениците за решаване на рационални неравенства.

Задачи на урока:

1. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за решаване на системи линейни неравенства.
2. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за решаване на квадратни неравенства.
3. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за решаване на неравенства с метода на интервалите.
4. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за моделиране чрез рационални неравенства.

Указания към хода на урока

Подходящо е урокът да започне с актуализиране на знанията за основните видове рационални неравенства, които са разглеждани. За целта може да се ползва информацията, изнесена в лентата встрани от основния текст, както и електронните материали. Това може да се направи като цяло в началото на урока или отделните теоретични факти и видове неравенства да се разглеждат и припомнят непосредствено преди решаването на подходяща задача. Поради голямото разнообразие на разглежданите в раздела рационални неравенства учителят трябва да прецени според нивото на подготовка на класа кои видове да разгледа в часа, а кои да остави за самостоятелна домашна работа на учениците.

Препоръчваме най-напред да се разгледа решената зад. 1, чрез която се актуализират уменията на учениците за решаване на системи линейни неравенства.

Смятаме, че е целесъобразно да се актуализират знанията за свойствата и графиката на квадратната функция, необходими за решаването на квадратни неравенства, като се използва съответната таблица от учебника. Учителят преценява дали в часа да се реши решената задача 2. или решаването на квадратно неравенство да се съчетае с разглеждането на решената задача 3 от урока. Приложението на метода на интервалите за решаване на рационални неравенства се актуализира и затвърдява чрез решаването на решените задачи 4 и 5. Според нивото и нуждите на класа, учителят преценява дали да реши и двете задачи или само част от тях.

За домашна работа може да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

МЕТРИЧНИ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ОТСЕЧКИ

Темата „Метрични зависимости между отсечки“ е разработена в 11 урока, от които 7 за нови знания, 3 за упражнение и 1 обобщителен урок.

В темата се полагат основите на уменията за решаване на триъгълник. Учениците познават теоремата на Питагор от 6. клас, но тук се разглежда нейно доказателство, при което чрез прилагане на знанията на учениците за подобни триъгълници се получават и други метрични зависимости между отсечки в правоъгълен триъгълник. Получените зависимости се прилагат при решаване на равнобедрен триъгълник, равнобедрен и правоъгълен трапец и успоредник. Компетентностите на учениците за подобни триъгълници се прилагат и при получаване на зависимости между отсечки в окръжност.

След изучаване на темата ученикът трябва да:

- Знае и прилага метрични зависимости в правоъгълен триъгълник.
- Знае и прилага Теорема на Питагор.
- Умее да намира елементи на:
 - правоъгълен триъгълник;
 - равнобедрен триъгълник;
 - равнобедрен и правоъгълен трапец;
 - успоредник.
- Знае и прилага метрични зависимости между отсечки, свързани с окръжност.
- Умее да намира дължина на отсечка в правоъгълна координатна система.
- Умее да открива и създава ситуации, свързани с решаване на правоъгълен триъгълник.
- Разбира на конкретно ниво смисъла на „необходимо условие“, „достатъчно условие“ и „необходимо и достатъчно условие“.
- Умее да конкретизира общовалидно твърдение и обосновава невярност на твърдение с контрапример.
- Умее да оценява получен резултат.

Решените задачи дават пример за основните факти, свойства и методи за решаване, използвани в темата. По преценка на преподавателя задачите в рубриката „Опитайте сами“ могат да се използват както за самостоятелна или колективна работа в учебните часове, така и да бъдат задавани като домашна работа на учениците.

Ще представим няколко примерни методически разработки на характерни уроци от темата.

УРОК 70. РЕШАВАНЕ НА ПРАВОЪГЪЛЕН ТРИЪГЪЛНИК

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се разширят знанията на учениците за прилагане на метрични зависимости в правоъгълен триъгълник. Да се формират уменията у учениците за решаване на правоъгълен триъгълник.

Задачи на урока:

1. Да се изясни понятието решаване на правоъгълен триъгълник.
2. Да се покаже приложение на метрични зависимости в правоъгълен триъгълник.
3. Да се формират умения у учениците за решаване на правоъгълен триъгълник при различни комбинации от дадени елементи.

Указания към хода на урока

Целесъобразно е урокът да започне с актуализиране на знанията на учениците за метричните зависимости в правоъгълен триъгълник чрез фронтална беседа, след което да се изясни какво разбираме под решаване на правоъгълен триъгълник.

В решените задачи в урока са разгледани основни възможности за решаване на правоъгълен триъгълник, като в част от задачите се работи с конкретни дължини на отсечки, а в други – с означаване на отсечките (дадени и търсени) със стандартните означения. Според нивото на знания и умения на класа учителят може да прецени дали да разглежда задачите точно както са дадени или да избере да разглежда всички ситуации само на конкретно ниво или само обобщено.

Препоръчваме да се започне с разглеждане на решената зад. 1, която да се реши колективно със записване на решението на дъската. Така учениците ще получат образец за подходящия начин за обосноваване и записване на решението.

Зад. 2 може да се даде за самостоятелна работа или също да се разглежда колективно. Както вече казахме, по своя преценка учителят би могъл да разглежда ситуацията вместо в общия случай, в триъгълник с конкретни дължини на катет и хипотенуза. Отново по преценка на учителя задачата може да се допълни, като се възложи на учениците да намерят и други елементи на триъгълника.

В зад. 3 и 4 сред дадените елементи е височината към хипотенузата. Зад. 3, по преценка може да се разглежда с конкретни дължини вместо в общия случай. Препоръчваме зад. 4 да се решава изцяло колективно или с колективно обсъждане на идеята и откриване на зависимостите до записване на системата уравнения. Решаването на системата може да се остави за самостоятелна работа, след която резултатите да се обсъдят и запишат на дъската.

По преценка на учителя част от задачите от рубриката „Опитайте сами“ могат да се решат в часа, а друга част да се оставят за домашна работа.

УРОК 73. УПРАЖНЕНИЕ

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел: Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на правоъгълен триъгълник. Да се приложат знанията на учениците за метрични зависимости в правоъгълен триъгълник при решаване на равнобедрен триъгълник. Да се актуализират компетентностите на учениците за работа с подобни триъгълници.

Задачи на урока:

1. Да се затвърдят уменията на учениците за решаване на правоъгълен триъгълник.
2. Да се актуализират уменията на учениците за използване признаците за подобни триъгълници и свойствата на подобните триъгълници.
3. Да се усъвършенстват уменията на учениците за решаване на равнобедрен триъгълник.

Указания към хода на урока

В началото на урока чрез фронтална беседа се припомнят свойствата на равнобедрения триъгълник, както и знанията за описана около триъгълник и вписана в триъгълник окръжност. Обръща се внимание и на факта, че при построяване на център на описана около триъгълник окръжност и радиус на вписана в триъгълник окръжност се получават правоъгълни триъгълници. Припомня се теоремата на Питагор.

Чрез зад. 1 се затвърдяват уменията на учениците за използване на подобни триъгълници и за прилагане на метрични зависимости в правоъгълен триъгълник при решаване на равнобедрен триъгълник. По преценка на учителя, според нивото на класа, задачата може да се разгледа с конкретни дължини на страните на равнобедрения триъгълник вместо в общия случай. (Например $AB = 18 \text{ cm}$, $AC = 15 \text{ cm}$). Все пак за препоръчване е да се разгледа задачата в общия случай.

Зад. 1 а) може да се разработи от учителя на дъската или чрез подходящо подбрани въпроси учениците да се насочат към основните зависимости, необходими за решението на задачата, след което самостоятелно да завършат решението. Ако повечето ученици в класа имат добра математическа подготовка, задачата може да се възложи за самостоятелна или групово работа. Ако задачата е разработена в общия случай от учителя, може, след завършване на решението, за самостоятелна работа в часа на учениците да се възложи решаването на зад. 1 а) от рубриката „Опитайте сами“.

По същия начин може да се постъпи със зад. 1 б). Отново, ако задачата е решавана от учителя или с колективна работа, може след завършване на решението на учениците да се възложи да решат на зад. 1 б) от рубриката „Опитайте сами“ самостоятелно в часа.

По преценка на учителя част от задачите от рубриката „Опитайте сами“ могат да се решат в часа, а друга част да се оставят за домашна работа.

УРОК 78. ДОТУК ЗНАЕМ

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел: Да се обобщят и систематизират уменията на учениците за прилагане на метрични зависимости между отсечки.

Задачи на урока:

1. Да се актуализират и обобщят знанията на учениците за прилагане на метрични зависимости в правоъгълен триъгълник.
2. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за решаване на правоъгълен триъгълник.
3. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за решаване на равнобедрен триъгълник.
4. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за решаване на равнобедрен и правоъгълен трапец.
5. Да се актуализират и обобщят знанията и уменията на учениците за решаване на успоредник.
6. Да се актуализират и обобщят знанията на учениците за метрични зависимости в окръжност.

Указания към хода на урока

Подходящо е урокът да започне с актуализиране на знанията за метричните зависимости на отсечки в правоъгълен триъгълник и в окръжност чрез фронтална беседа. За целта може да се ползва информацията, изнесена в лентата встрани от основния текст, както и електронните материали. Това може да се направи като цяло в началото на урока или метричните зависимости в правоъгълен триъгълник да се припомнят преди решаването на зад. 1, а тези в окръжност – преди зад. 2.

След като са актуализирани знанията за метричните зависимости на отсечки в правоъгълен триъгълник, се разглежда зад. 1. В първата част от решението ѝ се затвърдяват знанията за лице и периметър на правоъгълник, актуализират се уменията за решаване на системи уравнения. Усъвършенстват се уменията за оценяване на получен резултат при извода за дължините на страните на правоъгълника. Чрез втората част от решението на зад. 1 се актуализират и задълбочават знанията на учениците за метрични зависимости в правоъгълен триъгълник и уменията им да откриват ситуации, свързани с решаване на правоъгълен триъгълник. Също така, поддържат се и се развиват компетентностите за използване на подобни триъгълници. Тъй като задачата изисква прилагане на знания и умения от различни теми, както и умение за тяхното подходящо комбиниране, учителят трябва да прецени дали задачата да се разгледа колективно, самостоятелно или да се прави колективно обсъждане на отделните фрагменти, а само завършването на решението да се остави за самостоятелна работа.

Преди разглеждането на зад. 2 трябва да са актуализирани знанията за метрични зависимости на отсечки в окръжност. И тук, както в зад. 1, се изисква

прилагането на разнообразни знания и умения – свойства на равнобедрен триъгълник, метрични зависимости на отсечки в окръжност, подобни триъгълници, умение за моделиране на геометрична ситуация, решаване на квадратно уравнение и оценяване на резултат. Затова учителят трябва да избере най-подходящата за конкретния клас методика за разглеждане на задачата.

Препоръчваме при този избор учителят да се стреми максимално да стимулира самостоятелното мислене и работа на учениците.

Задачите от рубриката „Опитайте сами“ могат да се оставят за домашна работа.

ТРИГОНОМЕТРИЧНИ ФУНКЦИИ НА ОСТЪР ЪГЪЛ

Темата „Тригонометрични функции на остър ъгъл“ е разработена в 11 урока, от които 5 урока за нови знания, 4 за упражнение, 1 обобщителен и 1 за контрол и оценка.

Темата е нова за учениците, с нея започна изучаването на една от най-важните от гледна точка на приложения част от математиката – тригонометрията. В програмата по математика за 9. клас са отбелязани основните компетентности, които учениците трябва да придобият в резултат на изучаването на тази тема.

Ученикът трябва да:

- знае тригонометрични функции на остър ъгъл в правоъгълен триъгълник;
- знае и прилага основните тригонометрични тъждества;
- знае и прилага основните тригонометрични функции за ъгли, допълващи се до 90° ;
- знае тригонометричните функции на 30° , 45° 60° ;
- умее да намира основните елементи (страни и ъгли) на правоъгълен триъгълник;
- умее да намира елементи на равнобедрен триъгълник, равнобедрен и правоъгълен трапец;
- умее да открива и създава ситуации, свързани с тригонометрични функции на остър ъгъл в правоъгълен триъгълник;
- умее съдържателно да интерпретира получен резултат.

Заедно с това е необходимо да се овладее и присъщата терминология и нови понятия.

Темата е традиционна за обучението по математика в средното училище и разработката ѝ следва логиката на програмата. Обхваща въвеждането на тригонометричните функции на остър ъгъл и установяване най-важните им свойства. Най-съществената и важната част е приложението. Познаването на тригонометричните функции на остър ъгъл ни дава възможност да решаваме правоъгълен триъгълник, като намираме основните му линейни елементи и тригонометричните функции на ъглите. Решаването на правоъгълен триъгълник дава възможност да се решават и правоъгълник, равнобедрен триъгълник, равнобедрен и правоъгълен трапец,

Ще представим няколко примерни методически разработки на характерни уроци от темата.

УРОК 80. СВОЙСТВА НА ТРИГОНОМЕТРИЧНИТЕ ФУНКЦИИ

Вид на урока: за нови знания.

Основна дидактическа цел: Да се запознаят учениците с основните свойства на тригонометричните функции. Да се затвърдят свойствата и да се формират първоначални умения за прилагането им.

Задачи на урока:

1. Да се формулират и докажат основните свойства на тригонометричните функции.
2. Да се формират у учениците първоначални умения за използване на свойствата на тригонометричните функции.

Указания към хода на урока

Урокът може да започне с припомняне на определенията на тригонометричните функции, като с помощта на подходящ чертеж и въпроси към учениците се припомнят определенията и се запишат на дъската. След това учениците трябва да се насочат с подходящи въпроси да използват неравенствата, свързващи катетите и хипотенузата, за да установят, че стойностите на $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ са в интервала $(0;1)$. Логически малко по-сложно същото може да се направи и за $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{cotg} \alpha$. След това трябва да се формулира и запише първото свойство.

Тъй като всички свойства следват непосредствено от определенията, считаме, че е целесъобразно по подобен начин последователно да се изведат теоремата за основното тригонометрично тъждество, връзките между тригонометричните функции и формулите за тригонометричните функции на ъгли, допълващи се до 90° .

Целесъобразно е първоначалното затвърдяване на свойствата да стане с най-прости примери от вида на тези, дадени в рубриката „Опитайте сами“, като част от тях могат да се разработят устно с класа, а част – самостоятелно от учениците с последващ коментар на резултата.

Формирането на умения за комбинирано използване на свойствата може да бъде направено с колективно разработване с класа на решената задача от учебника или подобна на нея (задача от типа по даден синус или косинус на ъгъл да се намерят останалите тригонометрични функции).

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 85. УПРАЖНЕНИЕ

Вид на урока: за упражнение.

Основна дидактическа цел: Да се формират у учениците умения за решаване на равнобедрен триъгълник.

Задачи на урока:

1. Да се затвърдят и усъвършенстват уменията на учениците да използват свойствата на тригонометричните функции.
2. Да се затвърдят и усъвършенстват уменията на учениците да решават правоъгълен триъгълник.
3. Да се формират у учениците умения за решаване на равнобедрен триъгълник.

Указания към хода на урока

Възможни са различни подходи към организацията на упражнението и те зависят от възможностите на учениците.

Единият е да се следва разработката в учебника и да се решават с класа последователно решените задачи. При този подход може по преценка на учителя задачите да се дадат за самостоятелна работа и след всяка задача да се коментира подходът, резултатът и евентуалните грешки.

Ако учителят прецени, че това ще затрудни повечето ученици, целесъобразно е решените в учебника задачи (всичките или някои от тях) да се обсъждат с класа, да се набележат подходът и основните стъпки от решението и изпълнението да се остави за самостоятелна работа на учениците. След това е необходимо да се коментира резултатът и евентуално допуснатите грешки.

Ако учителят прецени, че задачи от този тип биха затруднили много учениците, може да даде започне часа с работа по една или две лесни задачи за решаване на някой от добре познатите равнобедрени триъгълници (от типа на бедро 5, основа 3 или 4, бедро 10, основа 8 или 6, бедро 13, основа 10 или 24 и т.н.) като по дадени два основни елемента се търсят други един или два основни елемента.

След това може да се продължи с разработването на решените в учебника задачи.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

УРОК 88. ДОТУК ЗНАЕМ

Вид на урока: за обобщение.

Основна дидактическа цел: Да се обобщят знанията за тригонометрични функции на остър ъгъл и да се формират уменията за използването им при решаването на различни типове задачи.

Задачи на урока:

1. Да се обобщят знанията на учениците за тригонометричните функции на остър ъгъл.
2. Да се усъвършенстват уменията на учениците за използване свойствата на функциите.
3. Да се усъвършенстват уменията на учениците за използването на тригонометричните функции при решаването на различни типове задачи.

Указания към хода на урока

В учебника, в полето на страницата, е даден кратък преглед на теорията, свързана с тригонометричните функции. Разработени са 4 задачи. Задачите представят основните типове задачи, разглеждани в раздела – намиране на стойностите на тригонометричните функции на ъгъл по дадена стойност на една от тригонометричните функции, за опростяване на тригонометрични изрази, за доказателство на твърдения и за решаване на правоъгълен и равнобедрен триъгълник. От тях само последната задача е малко по-сложна. Останалите са основни задачи, които изискват само прилагане на свойствата.

Целесъобразно е урокът да започне с кратък преглед на теорията, свързана с тригонометричните функции – определенията и основните свойства. Този преглед може да се направи, като се използва краткият преглед на теорията, даден в учебника, или като се използва е-учебникът. Добре е той да е на разположение на учениците в часа (ако няма друга възможност, записан на дъската).

Понеже урокът е обобщителен, най-добре е той да се организира като самостоятелна работа на учениците или по задачите от учебника, или със задачи по избор на учителя, като се използват задачите след урока. След работата по всяка задача е необходим коментар пред класа на подходите, резултата и ако е необходимо, на забелязаните грешки. Последната задача, която е по-сложна, е добре да се разработи колективно с класа.

По своя преценка учителят може да разработи и допълнителни задачи, ако счита, че това е необходимо, за да се попълнят някои пропуски на учениците.

По преценка на учителя за домашна работа могат да се дадат задачи от рубриката „Опитайте сами“.

ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА НА ЗНАНИЯТА И УМЕНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ

Проверката и оценката на знанията на учениците е важна съставна част от обучението по математика. Целта е да се провери доколко учениците са постигнали очакваните резултати от обучението в областите на компетентност, както и връзката им с отделните ключови компетентности съгласно Държавния образователен стандарт за общообразователната подготовка (Наредба № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка).

Специфични методи и форми за оценяване постиженията на учениците:

Устно изпитване – оценяват се мненията и аргументите на ученика при решаването на конкретна математическа задача.

Писмено изпитване – оценява се постигането на стандартите чрез кратки писмени индивидуални или групови изпитвания.

Контролни и класни работи – оценява се постигането на стандартите за по-големи обособени фрагменти от учебното съдържание (в края на раздел, в края на учебния срок).

Практическа работа – оценяват се изпълнение на домашна работа, разработка на проект и др.

За да бъде обучението на учениците ефективно, е необходимо да се установи входното ниво, т.е. доколко учениците са готови за успешно обучение по математика в 9. клас. Чрез системния контрол учителят има възможност да получава обратна информация за това доколко учениците усвояват необходимите знания и умения и какви затруднения срещат. Това дава възможност за избор на подходящи подходи и методика, съобразени с възможностите на учениците.

В програмата по математика за 9. клас се препоръчват следните съотношения от различните видове оценявания при формиране на срочната и годишната оценка:

- Текущи оценки (от устни, писмени, от практически изпитвания) – 25%
- Оценки от контролни и класни работи – 50%
- Оценки от други участия (работа в час, изпълнение на домашни работи, работа по проекти и др.) – 25%

Вече беше споменато, че текущият контрол (контролните работи) е залегнал в структурата на учебника. Всяка тема завършва с обобщителен урок по темата, като в повечето теми той е последван от урок, озаглавен „Можем ли сами?“. С тези уроци са маркирани контролните работи, а задачите, дадени в тях, са предназначени за предварително запознаване на учениците с един примерен тест. Двете класни работи са планирани в разпределението. За подготовка на класните работи се предлага да се използват част от резервните часове. Само за темата „Класическа вероятност“ не е предвидена контролна работа. При темите „Системи линейни уравнения“ и „Системи линейни уравнения от втора степен е

предвидена обща контролна работа. Същото е направено и за темите „Метрични зависимости между отсечки“ и „Тригонометрични зависимости на остър ъгъл“ – обща контролна работа за решаване на изучаваните геометрични фигури.

Учителят трябва да избере какъв тип задачи ще използва при проверка и оценка на знанията. Ние предлагаме да се използват комбинирани тестове, в които да залегнат основно три типа задачи: задачи с избираем отговор (с 4 алтернативи), задачи с кратък свободен отговор (отговор число) и задачи с разширен свободен отговор (обичайния формат, в който проследяваме всички разсъждения на учениците). Първите два вида задачи са подходящи, когато проверяваме доколко са усвоени основните алгоритми. Считаме, че с оглед все по-широкото използване на тестове с въпроси с избираем отговор такъв тип въпроси трябва да намерят място в практиката на учителя, без, разбира, се да се абсолютизира тяхната роля.

Тук предлагаме за всяка тема по два равностойни варианта на тест, който съответства на тестовите, предложени в темите „Можем ли сами?“ в учебника. Тестовите са предвидени за един учебен час и са съставени от различен брой задачи от трите вида, в зависимост от учебното съдържание. Например тестът за установяване на входното ниво на учениците се състои от 6 задачи с избираем отговор, 3 задачи с кратък свободен отговор и 2 задачи с разширен свободен отговор. В края на учебника при отговорите на тестовите е дадена и схемата, по която се оценяват задачите. Там е описана и схемата за оценяване при задачите с разширен свободен отговор. Понеже тестовите са с различен брой задачи, оценяването е различно, като общото е, че максималният брой точки за всеки тест е 40. За да може ученикът сам да оцени възможностите си, в учебника е предложена и една качествена оценка на постиженията. Постигане под 20 т. съответства на „Имаш много сериозни пропуски!“, постигане от 21 до 30 т. – „Добре, но може още по-добре!“, и постигане от 31 т. до 40 т. – „Браво! Много добре се справяш!“. Тази качествена оценка не съответства точно на обичайната скала за оценяване от 2 до 6, но е достатъчно добра за самооценка и дава представа за постиженията на учениците.

Предложената схема за оценяване, както и тестовите, са примерни и учителят може да ги променя в зависимост от спецификата на класовете, с които работи. Надяваме се, че предложените тестове ще помогнат на учителя да усъвършенства работата си.

ПРАКТИЧЕСКИ ДЕЙНОСТИ

1. Да използват динамичен софтуер за демонстрация на свойствата на геометричните фигури и тригонометричните функции, което спомага за придобиване на математическа култура и ключови компетентности: умения за общуване на чужди езици; основни компетентности в областта на природните науки и технологиите; дигитална компетентност; социални и граждански компетентности; инициативност и предприемчивост.

2. Да се използва динамичен софтуер при изследването на свойствата и вида на графиките на изучаваните функции, както и при изучаването на връзката на графиките на функциите и решаването на уравнения и неравенства.

3. Да построяват (с линейка и пергел или с подходящи софтуерни продукти) несложни геометрични конструкции.

4. Да използват калкулатор при решаване на практически задачи.

5. Да се осъществяват междупредметни връзки с информатиката и информационните технологии – там, където е необходимо по-добро онагледяване на учебния процес или формиране на определени математически умения. При използване на конкретен динамичен софтуер или други подходящи програмни продукти е подходящо да се провеждат интегрални уроци с информационни технологии.

6. Да се осъществяват междупредметни връзки с физика и астрономия, химия и опазване на околната среда, биология и здравно образование, география и икономика при темата функции. Да се търсят възможности за провеждане на съвместни уроци по подходящи теми.

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

ВХОДНО НИВО

Тест 1

В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 5 до 8 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 9 и 10 трябва да се решат подробно.

1. Числата $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$ и $\frac{-1-\sqrt{2}}{2}$ са корени на уравнението:
- а) $4x^2 + 4x + 1 = 0$; б) $-4x^2 - 4x + 1 = 0$;
в) $4x^2 - 4x + 1 = 0$; г) $-x^2 - 4x - 4 = 0$.
2. Изразът $\left(\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+8}{x+6}\right) : \frac{x-4}{x+1}$ е тъждествено равен на:
- а) $-\frac{1}{x+6}$; б) $\frac{x+1}{x+6}$; в) $\frac{1}{x+6}$; г) $-\frac{x+1}{x+6}$.
3. В четириъгълника $ABCD$ $\sphericalangle DAC = \sphericalangle DBC = \sphericalangle BDA = 45^\circ$, $\sphericalangle BCD = 105^\circ$.
- Мярката на $\sphericalangle ABC$ е:
- а) 90° ; б) 100° ; в) 105° ; г) 120° .
4. Радиусът на вписаната окръжност в правоъгълен триъгълник е 2 cm. Ако частите, на които допирната точка на вписаната окръжност дели хипотенузата, са 10 cm и 3 cm, то периметърът на триъгълника е:
- а) 15 cm; б) 17 cm; в) 30 cm; г) 36 cm.
5. Решете уравнението $\frac{2}{1-x} + \frac{6}{x^2+x-2} = 1$.
6. Решете уравнението $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$.
7. В равнобедрен триъгълник с основа 8 cm допирната точка на вписаната в триъгълника окръжност дели бедрото в отношение 1:2, отчитано от върха при основата. Намерете периметъра на триъгълника.
8. Четириъгълник $ABCD$ е вписан в окръжност и правите AB и CD се пресичат в точка M , така че B е между A и M . Намерете $\sphericalangle BAD$, ако $\sphericalangle AMD = 30^\circ$ и $\sphericalangle MBC = 70^\circ$.
9. В турнир по шах всеки участник изиграва всеки от останалите по една среща. Колко са участниците, ако са изиграни общо 45 срещи?
10. Даден е равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) с ъгъл при основата 70° . Окръжност с диаметър BC пресича AB и AC съответно в точки M и N . Докажете, че точките M и N са петите на височините, спуснати от върховете C и B . Намерете ъглите на триъгълника AMN .

ВХОДНО НИВО

Тест 2

В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задачи от 5 до 8 се иска да се запише само отговорът.

Задачи 9 и 10 трябва да се решат подробно.

1. Числата $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ са корени на уравнението:
- а) $2x^2 + 2x + 1 = 0$; б) $-2x^2 - 2x + 1 = 0$;
в) $2x^2 - 2x + 1 = 0$; г) $-x^2 - 2x + 2 = 0$.
2. Изразът $\left(\frac{x-1}{x-2} - \frac{x+5}{x+3}\right) : \frac{x-7}{x-2}$ е тъждествено равен на:
- а) $-\frac{1}{x+3}$; б) $\frac{x-2}{x+3}$; в) $\frac{1}{x+3}$; г) $-\frac{x-2}{x+3}$.
3. В четириъгълника $ABCD$ $\sphericalangle DAC = \sphericalangle DBC = 30^\circ$, $\sphericalangle BCD = 110^\circ$,
 $\sphericalangle BDA = 50^\circ$. Мярката на $\sphericalangle ABC$ е:
- а) 90° ; б) 100° ; в) 105° ; г) 120° .
4. Радиусът на вписаната окръжност в правоъгълен триъгълник е 2 cm. Ако частите, на които допирната точка на вписаната окръжност дели хипотенузата, са 6 cm и 4 cm, то периметърът на триъгълника е:
- а) 12 cm; б) 15 cm; в) 24 cm; г) 30 cm.
5. Решете уравнението $\frac{2}{1-x} + \frac{6}{x^2+x-2} = 2$.
6. Решете уравнението $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$.
7. В равнобедрен триъгълник с основа 10 cm допирната точка на вписаната в триъгълника окръжност дели бедрото в отношение 2:3, отчитано от върха при основата. Намерете периметъра на триъгълника.
8. Четириъгълник $ABCD$ е вписан в окръжност и правите AB и CD се пресичат в точка M , така че B е между A и M . Намерете $\sphericalangle BAD$, ако $\sphericalangle AMD = 40^\circ$ и $\sphericalangle MBC = 65^\circ$.
9. В турнир по шах всеки участник изиграва с всеки от останалите по една среща. Колко са участниците, ако са изиграни общо 66 срещи?
10. Даден е равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) с ъгъл при основата 65° . Окръжност с диаметър BC пресича AB и AC съответно в точки M и N . Докажете, че точките M и N са петите на височините, спуснати от върховете C и B . Намерете ъглите на триъгълника AMN .

ФУНКЦИИ

Тест 1

В задачи от 1 до 6 точно един от дадените четири отговора е верен.

За задача 7 се иска да се запише само отговорът.

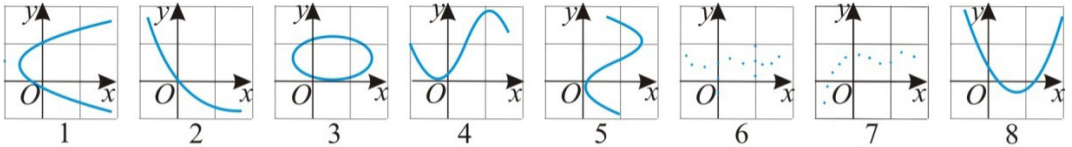
Задача 8 трябва да се реши подробно.

1. Ако $y(1) = 2$, то функцията $y = y(x)$ е:

а) $y = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+1}}$; б) $y = \frac{x^3+1}{|-x-1|}$;

в) $y = |1-3x|$; г) $y = \frac{x^2-1}{x-2}$.

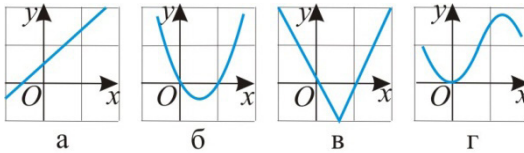
2. Кои от линиите на фиг. 1 са графики на функции?



Фиг. 1

- а) 1, 3, 5, 6; б) 2, 4, 6, 8;
в) 3, 4, 7, 8; г) 2, 4, 7, 8.

3. Коя от графиките на фиг. 2 е графика на линейна функция?

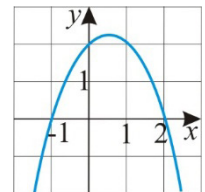


Фиг. 2

4. На фиг. 3 е представена графиката на функцията

$y = -x^2 - x + c$. Коэффициентът c е равен на:

- а) 0; б) 1;
в) 2; г) 3.



Фиг. 3

5. Функцията $f(x) = -2x^2 + 8x - 10$ е растяща при:

- а) $x \in \mathbb{R}$; б) $x \leq 2$;
в) $x \leq -2$; г) $x \geq 2$.

6. Най-голямата стойност на функцията $f(x) = -x^2 + 2x - 10$ е:

- а) $f(-1)$; б) $f(0)$;
в) $f(1)$; г) няма най-голяма стойност.

7. Пресметнете разликата

$$\max_{0 \leq x < 2} f(x) - \min_{0 \leq x < 2} f(x), \text{ ако } f(x) = 2x^2 - 4x + 7.$$

8. Дадени са функциите $f(x) = kx + 3$ и $g(x) = x^2 - 2x + c$.

- а) Пресметнете коефициента k , ако $f(3) = 0$.
б) Пресметнете коефициента c , ако $g(0) = -3$.
в) Представете графично решенията x_1 и x_2 на уравнението $f(x) = g(x)$.
г) Пресметнете лицето на триъгълника с върхове пресечните точки на двете графики и началото на координатната система.

ФУНКЦИИ

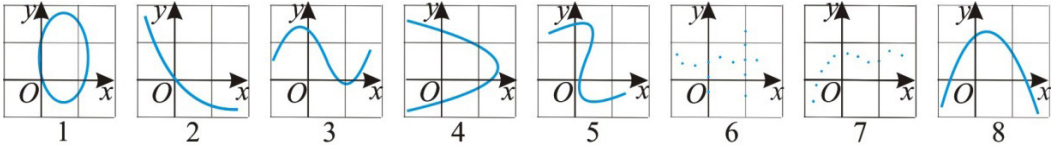
Тест 2

В задачи от 1 до 6 точно един от дадените четири отговора е верен. За задача 7 се иска да се запише само отговорът. Задача 8 трябва да се реши подробно.

1. Ако $y(2) = 1$, то функцията $y = y(x)$ е:

а) $y = \sqrt{\frac{x+2}{x^2+1}}$; б) $y = \frac{x^3+1}{|-x-2|}$; в) $y = |1-3x|$; г) $y = \frac{x^2-1}{5-x}$.

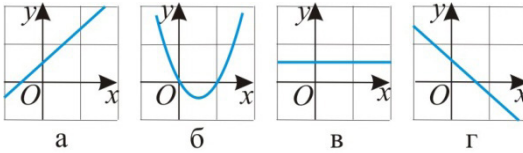
2. Кои от линиите на фиг. 1 са графики на функции?



Фиг. 1

- а) 1, 3, 5, 6; б) 2, 3, 7, 8;
в) 3, 4, 7, 8; г) 2, 4, 7, 8.

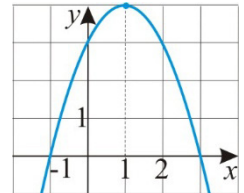
3. Коя от графиките на фиг. 2 не е графика на линейна функция?



Фиг. 2

4. На фиг. 3 е представена графиката на функцията $y = -x^2 + bx + 3$. Коэффициентът b е равен на:

- а) 0; б) 1;
в) 2; г) 3.



Фиг. 3

5. Функцията $f(x) = 2x^2 + 8x - 10$ е растяща при:

- а) $x \in \mathbb{R}$; б) $x \leq -2$;
в) $x < -2$; г) $x \geq -2$.

6. Най-малката стойност на функцията $f(x) = x^2 + 2x - 10$ е:

- а) $f(-1)$; б) $f(0)$;
в) $f(1)$; г) няма най-малка стойност.

7. Пресметнете разликата

$$\max_{-2 \leq x \leq 0} f(x) - \min_{-2 \leq x \leq 0} f(x), \text{ ако } f(x) = x^2 + 2x - 5.$$

8. Дадени са функциите $f(x) = kx + 4$ и $g(x) = x^2 - 8x + c$.

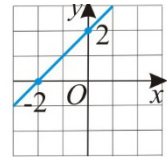
- а) Пресметнете коефициента k , ако $f(1) = 2$.
б) Пресметнете коефициента c , ако $g(0) = 12$.
в) Представете графично решенията x_1 и x_2 на уравнението.
г) Пресметнете лицето на триъгълника с върхове пресечните точки на двете графики и началото на координатната система.

СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ

Тест 1

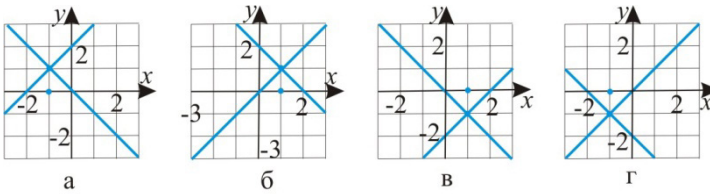
В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен. За задача 5 се иска да се запише само отговорът. Задачи от 6 до 8 трябва да се решат подробно.

1. На фиг. 1 е начертана графиката на функцията $f(x) = kx + b$. Определете коефициентите k и b .
- а) $k = -1$ и $b = -2$; б) $k = -1$ и $b = 2$;
 в) $k = 1$ и $b = -2$; г) $k = 1$ и $b = 2$.



Фиг. 1

2. Системата $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$:
- а) е несъвместима; б) има 1 решение; в) има 2 решения; г) е неопределена.
3. Решението на системата $\begin{cases} x + y = 0 \\ y - x + 2 = 0 \end{cases}$ е представено графично на:



4. Системата $\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + ay = 1 \end{cases}$ е несъвместима при a , равно на:
- а) -1 ; б) 0 ; в) 1 ; г) 1 и -1 .

5. Решенията на системата са $\begin{cases} \frac{5x - 3y}{3} - \frac{2y - 3x}{5} = x + 1 \\ \frac{2x - 3y}{3} - \frac{3y - 4x}{2} = y + 1 \end{cases}$

6. Решете системата $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 11 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$.

7. Решете системата $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 6 \\ x^2 + xy = 0 \end{cases}$.

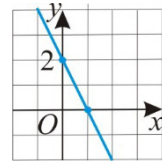
8. Правоъгълно огледало с площ 4800 cm^2 има рамка с широчина 3 cm . Площта на рамката е 1680 cm^2 . Намерете размерите на огледалото без рамката.

СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ

Тест 2

*В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.
За задача 5 се иска да се запише само отговорът.
Задачи от 6 до 8 трябва да се решат подробно.*

1. На фиг. 1 е начертана графиката на функцията $f(x) = kx + b$. Определете коефициентите k и b .
- а) $k = -2$ и $b = -2$; б) $k = -2$ и $b = 2$;
в) $k = 2$ и $b = -2$; г) $k = 2$ и $b = 2$.

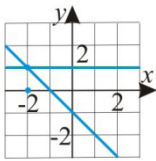


Фиг. 1

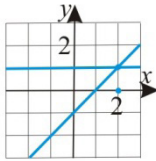
2. Системата
$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ y - 3x = 4 \end{cases}$$

- а) е несъвместима; б) има 1 решение;
в) има 2 решения; г) е неопределена.

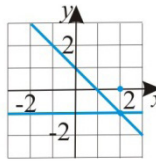
3. Решението на системата
$$\begin{cases} 1 + \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{2} \\ y + x = 1 \end{cases}$$
 е представено графично на:



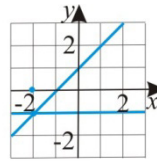
а



б



в



г

4. Системата
$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax + y = 1 \end{cases}$$
 е неопределена при a , равно на:

- а) -1 ; б) 0 ;
в) 1 ; г) 1 и -1 .

5. Решете системата
$$\begin{cases} \frac{2y+x}{5} - \frac{y+x}{3} = x-1 \\ 2(2x-y) + 3(y-2) = x-1 \end{cases}$$

6. Решете системата
$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 52 \\ x + y = 6 \end{cases}$$
.

7. Решете системата
$$\begin{cases} 6x^2 - 9xy + 4y^2 = 4 \\ 2x^2 - xy = 0 \end{cases} .$$

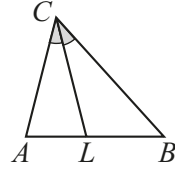
8. Правоъгълна цветна градина в парк е оградена от всички страни с ивица трева с широчина 1 m. Ако площта на целия участък е 720 m^2 , а площта на тревата е 108 m^2 , намерете размерите на цветната градина.

ПОДОБНИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

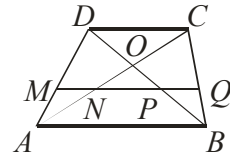
Тест 1

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен. За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът. Задачи 7 и 8 трябва да се решат подробно.

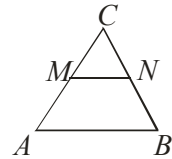
1. Периметърът на $\triangle ABC$ е 24 cm, а ъглополовящата CL дели страната AB на отсечки $AL = 3$ cm и $LB = 5$ cm. Дължината на страната BC е:
- а) 6 cm; б) 10 cm;
в) 9 cm; г) 15 cm.



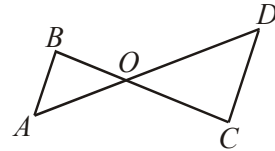
2. На чертежа $AB \parallel CD$, $AD \neq BC$ и $MQ \parallel AB$. Тогава **не са** подобни триъгълниците:
- а) ABO и CDO ; б) NPO и ABO ;
в) AMN и QCN ; г) AMN и ADC .



3. Ако $AM = 6$ cm, $AB = 12$ cm, $MN = 4$ cm и $MN \parallel AB$, дължината на отсечката AC е равна на:
- а) 3 cm; б) 8 cm;
в) 9 cm; г) 12 cm.



4. На чертежа $AB \parallel CD$, $AB = 4$ cm $AO = 8$ cm, и $CD = 6$ cm. Намерете дължината на отсечката AD .



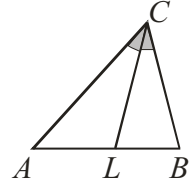
5. В трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$) диагоналите се пресичат в точка O и $OC:AC = 2:5$. Ако лицето на триъгълника AOB е 225 cm², намерете лицето на $\triangle COD$.
6. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) ортоцентърът H дели височината CM ($M \in AB$) на части $CH = 5$ cm и $HM = 4$ cm. Намерете основата на триъгълника.
7. В равнобедрен триъгълник ABC с основа $AB = 8$ cm и бедро $AC = 12$ cm е вписан ромб $AMNP$, така че точката M лежи на AB , N лежи на бедрото BC и P – на AC . Намерете страната на ромба.
8. В равнобедрен трапец с основи 12 cm и 8 cm е вписана окръжност. Намерете дължината на отсечката, съединяваща допирните точки на окръжността с бедрата на трапеца.

ПОДОБНИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

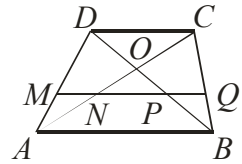
Тест 2

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен. За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът. Задачи 7 и 8 трябва да се решат подробно.

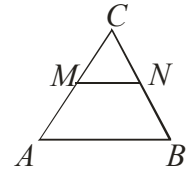
1. Периметърът на $\triangle ABC$ е 33 cm, а ъглополовящата CL дели страната AB на отсечки $AL = 6$ cm и $LB = 5$ cm. Дължината на страната AC е:
- а) 10 cm; б) 12 cm;
в) 18 cm; г) 15 cm.



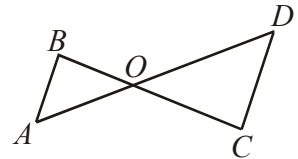
2. На чертежа $AB \parallel CD$, $AD \neq BC$ и $MQ \parallel AB$. Тогава **не са** подобни триъгълниците:
- а) $\triangle ABO$ и $\triangle NPO$; б) $\triangle BQP$ и $\triangle BCD$;
в) $\triangle ANM$ и $\triangle ACD$; г) $\triangle AMN$ и $\triangle BQP$.



3. Ако $AM = 6$ cm, $AB = 18$ cm, $MN = 9$ cm и $MN \parallel AB$, дължината на отсечката AC е равна на:
- а) 6 cm; б) 9 cm;
в) 12 cm; г) 14 cm.



4. На чертежа $AB \parallel CD$, $AB = 3$ cm, $AO = 9$ cm и $CD = 4$ cm. Намерете дължината на отсечката AD .



5. В трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$) диагоналите се пресичат в точка O и $OC:AC = 1:4$. Ако лицето на триъгълника AOB е 108 cm^2 , намерете лицето на $\triangle COD$.
6. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) ортоцентърът H дели височината CM ($M \in AB$) на части $CH = 12$ cm и $HM = 4$ cm. Намерете основата на триъгълника.
7. В равнобедрен триъгълник ABC с основа $AB = 6$ cm и бедро $AC = 10$ cm е вписан ромб $AMNP$ така, че точката M лежи на AB , N лежи на бедрото BC и P – на AC . Намерете страната на ромба.
8. В равнобедрен трапец с основи 14 cm и 6 cm е вписана окръжност. Намерете дължината на отсечката, съединяваща допирните точки на окръжността с бедрата на трапеца.

РАЦИОНАЛНИ НЕРАВЕНСТВА
Тест 1

*В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.
За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът.
Задачи 7 и 8 трябва да се решат подробно.*

1. Решенията на неравенството $(x+3)(x-5) < 0$ са:
- а) $x \in (3; -5)$;
- б) $x \in (-3; 5)$;
- в) $x \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$;
- г) $x \in (-\infty; -3)$.
2. Решенията на неравенството $\frac{2x+5}{x-4} \geq 0$ са:
- а) $x \in (4; +\infty)$;
- б) $x \in [-2, 5; 4)$;
- в) $x \in (-\infty; -2, 5] \cup [4; +\infty)$;
- г) $x \in (-\infty; -2, 5] \cup (4; +\infty)$.
3. Решенията на неравенството $-x^2 - 2x + 15 \geq 0$ са:
- а) $x \in (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$;
- б) $x \in (-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$;
- в) $x \in (-3; 5)$;
- г) $x \in [-5; 3]$.
4. Решете неравенството $5x^2 + 7x - 6 > 0$.
5. Решете системата неравенства
$$\begin{cases} 9x - 3(x+2) > 2x + 14 \\ 2x^2 - 6x + 7 - 2(x-1)^2 < x + 14 \end{cases}$$
6. Решете неравенството $(x^2 + 9)(2x^2 + 5x - 12) < 0$.
7. Решете неравенството $(x^2 - 4x + 3)(2x^2 + 7x + 6) > 0$.
8. Решете неравенството $\frac{(2x^2 + 5x - 7)(x^2 - 7x + 10)}{x^2 - 4x - 12} \leq 0$.

РАЦИОНАЛНИ НЕРАВЕНСТВА

Тест 2

*В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.
За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът.
Задачи 7 и 8 трябва да се решат подробно.*

1. Решенията на неравенството $(x-4)(x+9) < 0$ са:
- а) $x \in (-9; 4)$;
 - б) $x \in (9; -4)$;
 - в) $x \in (-\infty; -9)$;
 - г) $x \in (-\infty; -9) \cup (4; +\infty)$.
2. Решенията на неравенството $\frac{5x+2}{x-6} \geq 0$ са:
- а) $x \in (6; +\infty)$;
 - б) $x \in [-0, 4; 6)$;
 - в) $x \in (-\infty; -0, 4] \cup (6; +\infty)$;
 - г) $x \in (-\infty; -0, 4] \cup [6; +\infty)$.
3. Решенията на неравенството $-x^2 - 5x + 14 \geq 0$ са:
- а) $x \in (-2; 7)$;
 - б) $x \in [-7; 2]$;
 - в) $x \in (-\infty; -7) \cup (2; +\infty)$;
 - г) $x \in (-\infty; -2] \cup [7; +\infty)$.
4. Решете неравенството $4x^2 - 11x - 3 < 0$.
5. Решете системата неравенства $\begin{cases} 4x - 5(x+2) > 3x + 2 \\ x^2 + 3x - 1 - (x-3)^2 < 8 \end{cases}$.
6. Решете неравенството $(x^2 + 16)(3x^3 + 14x - 5) > 0$.
7. Решете неравенството $(x^2 + 3x - 10)(5x^2 + 4x - 1) > 0$.
8. Решете неравенството $\frac{(5x^2 - 14x - 3)(x^2 - 2x - 8)}{x^2 - 8x + 7} \leq 0$.

ТРИГОНОМЕТРИЧНИ ФУНКЦИИ НА ОСТЪР ЪГЪЛ
Тест 1

В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.
За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът.
Задачи 7 и 8 трябва да се решат подробно.

1. Ако в правоъгълен триъгълник дължините на катетите са 6 см и 4 см, то хипотенузата има дължина:
- а) 2 см; б) $2\sqrt{5}$ см;
в) $2\sqrt{13}$ см; г) 10 см.
2. Ако в правоъгълен триъгълник дължината на хипотенузата е 6 см, а на единия катет е 3 см, то вторият катет има дължина:
- а) $3\sqrt{5}$ см; б) $3\sqrt{3}$ см;
в) 3см; г) $\sqrt{3}$ см.
3. В правоъгълен триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C и $\sphericalangle BAC = \alpha$ отношението $AC:AB$ е равно на:
- а) $\sin\alpha$; б) $\cos\alpha$;
в) $\operatorname{tg}\alpha$; г) $\operatorname{cotg}\alpha$.
4. В правоъгълен триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C и $\sphericalangle BAC = 60^\circ$ $AB = 6$ см. Намерете ъглополовящата през върха A .
5. Намерете $\sin\alpha$, ако $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{5}$.
6. През точка M , външна за окръжността k , са построени две секущи. Първата пресича окръжността в точки A и B (A е между M и B), а втората – в точки C и D (C е между M и D), такива, че $MA = 6$, $AB = 2$ и отсечката DC е 2 пъти по-дълга от MC . Намерете дължината на отсечката MD .
7. Намерете периметъра на равнобедрен триъгълник с височина към бедрото $\frac{120}{13}$ см и косинус на ъгъла при основата $\frac{5}{13}$.
8. Равнобедрен трапец с височина 6 и тангенс на ъгъла при основата $\frac{3}{4}$ е описан около окръжност. Намерете лицето на трапеца.

ТРИГОНОМЕТРИЧНИ ФУНКЦИИ НА ОСТЪР ЪГЪЛ
Тест 2

*В задачи от 1 до 3 точно един от дадените четири отговора е верен.
За задачи от 4 до 6 се иска да се запише само отговорът.
Задачи 7 и 8 трябва да се решат подробно.*

1. Ако в правоъгълен триъгълник катетите са 6 cm и 3 cm, то хипотенузата има дължина:
 а) 9 cm; б) $3\sqrt{5}$ cm;
в) $3\sqrt{3}$ cm; г) 3 cm.

2. Ако в правоъгълен триъгълник хипотенузата е 8 cm и единият катет е 6 cm, то вторият катет има дължина:
 а) 2 cm; б) $\sqrt{14}$ cm;
в) $2\sqrt{7}$ cm; г) 10 cm.

3. В правоъгълен триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C и $\sphericalangle ABC = \beta$ отношението $BC:AC$ е равно на:
 а) $\sin\beta$; б) $\cos\beta$;
в) $\operatorname{tg}\beta$; г) $\operatorname{ctg}\beta$.

4. В правоъгълен триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C и $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ $AB = 9$ cm. Намерете ъглополовящата през върха B .

5. Намерете $\cos\alpha$, ако $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{2}$.

6. През точка M , външна за окръжността k , са построени две секущи. Първата пресича окръжността в точки A и B (A е между M и B), а втората – в точки C и D (C е между M и D), такива, че $MA = 4$, $AB = 2$ и отсечката DC е с 2 по-голяма от MC . Намерете дължината на отсечката MD .

7. Намерете периметъра на равнобедрен триъгълник с височина към бедрото 9,6 cm и косинус на ъгъла при основата $\frac{4}{5}$.

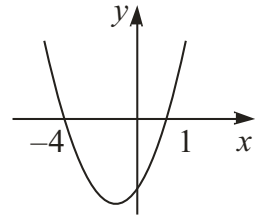
8. Равнобедрен трапец с височина 8 и тангенс на ъгъла при основата $\frac{4}{3}$ е описан около окръжност. Намерете лицето на трапеца.

ГОДИШЕН ПРЕГОВОР
Тест 1

*В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.
За задачи от 5 до 8 се иска да се запише само отговорът.
Задачи от 9 до 12 трябва да се решат подробно.*

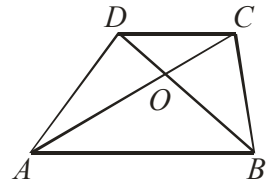
1. Дефиниционното множество на функцията $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$ е:
- а) $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$; б) $(-2; 3)$;
в) $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$; г) $[-2; 3]$.

2. На чертежа е представена графиката на функцията:
- а) $y = x^2 - 3x - 4$; б) $y = -x^2 - 3x + 4$;
в) $y = x^2 + 3x - 4$; г) $y = -x^2 + 3x + 4$.



3. Решението на неравенството $2 - x - 3x^2 < 0$ е:
- а) $(-1; \frac{2}{3})$; б) $(-\infty; -1) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$;
в) $(-\infty; -\frac{2}{3}) \cup (1; +\infty)$; г) $(-\frac{2}{3}; 1)$.

4. В трапеца $ABCD$ диагоналите се пресичат в точка O и $OC:AC = 1:5$ (фиг. 2). Ако $AB = 40$ cm, то втората основа е:
- а) 8 cm; б) 10 cm; в) 16 cm; г) 20 cm.



5. Намерете $\cos \alpha$, ако $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{5}$.

6. Решете системата
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{2y-1}{3} \\ 3x-4y=5 \end{cases}$$
.

7. Решете неравенството $2 < \frac{4x^2 - 4x - 3}{2x - 3}$.

8. В редица по случаен начин са подредени 13 ученици, двама от които са близнаци. Намерете вероятността при случайно подреждане на учениците в редица близнаците да са един до друг.

9. Решете системата
$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases}$$
.

10. Решете системата
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases}.$$

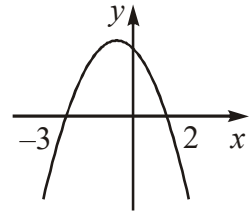
11. В правоъгълен триъгълник ABC $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, $AM = t$ е медианата през върха A и $\sphericalangle CAM = 45^\circ$. Намерете хипотенузата на триъгълника.
12. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) ортоцентърът H дели височината CM ($M \in AB$) на части $CH = 3$ см и $HM = 1$ см. Намерете бедрото на триъгълника.

ГОДИШЕН ПРЕГОВОР
Тест 2

*В задачи от 1 до 4 точно един от дадените четири отговора е верен.
За задачи от 5 до 8 се иска да се запише само отговорът.
Задачи от 9 до 12 трябва да се решат подробно.*

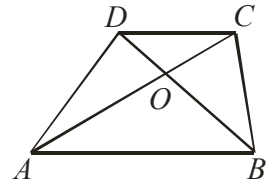
1. Дефиниционното множество на функцията $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x-2}}$ е:
- а) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$; б) $(2; 3)$;
в) $[2; 3]$; г) $(-\infty; 2) \cup [3; +\infty)$.

2. На чертежа е представена графиката на функцията:
- а) $y = x^2 + x - 6$; б) $y = -x^2 - x + 6$;
в) $y = -x^2 + x + 6$; г) $y = x^2 - x - 6$.



3. Решението на неравенството $2 + 5x - 3x^2 < 0$ е:
- а) $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (2; +\infty)$; б) $(-2; \frac{1}{3})$;
в) $(-\frac{1}{3}; 2)$; г) $(-\infty; -2) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$.

4. В трапеца $ABCD$ диагоналите се пресичат в точка O и $OC:AC = 1:4$ (фиг. 2). Ако $AB = 60$ cm, то втората основа е:
- а) 15 cm; б) 20 cm;
в) 30 cm; г) 40 cm.



5. Намерете $\sin \alpha$, ако $\cotg \alpha = \sqrt{5}$.

6. Решете системата
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{2y+1}{2} \\ 2x-6y=3 \end{cases}$$
.

7. Решете неравенството $\frac{x^2-2x-3}{x-3} > 2$.

8. На една полица има 18 книги, като между тях са и три тома от събрани съчинения на един автор. Намерете вероятността при случайно подреждане на книгите трите тома, подредени в произволен ред, да се окажат един до друг.

9. Решете системата
$$\begin{cases} 2x-3y=-7 \\ 3x+2y=-4 \end{cases}$$
.

10. Решете системата
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}.$$

11. В правоъгълен триъгълник ACB $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, $AM = m$ е медианата през върха A и $\sphericalangle CAM = 60^\circ$. Намерете хипотенузата на триъгълника.

12. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) ортоцентърът H дели височината CM ($M \in AB$) на части $CH = 8$ cm и $HM = 1$ cm. Намерете бедрото на триъгълника.

ОТГОВОРИ НА ТЕСТОВЕТЕ

ВХОДНО НИВО. ТЕСТ 1

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 3 точки. Верен отговор на зад. от 5 до 8 се оценява с 4 точки.

1. б. 2. а. 3. в. 4. в. 5. $x = -4$. 6. $\pm \frac{1}{3}, \pm 1$. 7. 32 cm. 8. 80° .

9. 10.

За пълно и обосновано решение..... 6 т.

За избор на неизвестно и намиране на дефиниционното множество 1 т.

За изразяване броя на изиграните партии..... 2 т.

За съставяне и решаване на квадратното уравнение 2 т.

За отхвърляне на отрицателния корен 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

10. $70^\circ, 40^\circ, 70^\circ$.

За пълно и обосновано решение..... 6 т.

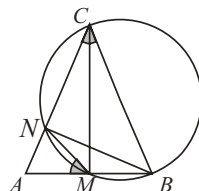
За доказателство, че $\angle BMC = 90^\circ$ (фиг. 1)..... 2 т.

За доказателство, че $\angle BNC = 90^\circ$ (или позоваване на аналогия)... 1 т.

За доказване, че $\angle AMN = \angle ACB = 40^\circ$ 2 т.

За намиране на $\angle ANM = 70^\circ$ (или позоваване на аналогия)..... 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



ВХОДНО НИВО. ТЕСТ 2

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 3 точки. Верен отговор на зад. от 5 до 8 се оценява с 4 точки.

1. б. 2. а. 3. а. 4. в. 5. $x = -3$. 6. $\pm \frac{1}{2}, \pm 2$. 7. 35 cm. 8. 75° .

9. 12.

За пълно и обосновано решение..... 6 т.

За избор на неизвестно и намиране на дефиниционното множество 1 т.

За изразяване броя на изиграните партии..... 2 т.

За съставяне и решаване на квадратното уравнение 2 т.

За отхвърляне на отрицателния корен 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

10. $65^\circ, 50^\circ, 65^\circ$.

За пълно и обосновано решение..... 6 т.

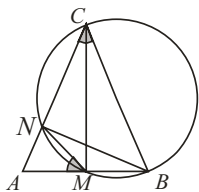
За доказателство, че $\angle BMC = 90^\circ$ (фиг. 1)..... 2 т.

За доказателство, че $\angle BNC = 90^\circ$ (или позоваване на аналогия)... 1 т.

За доказване, че $\angle AMN = \angle ACB = 50^\circ$ 2 т.

За намиране на $\angle ANM = 65^\circ$ (или позоваване на аналогия)..... 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



ФУНКЦИИ. ТЕСТ 1

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 6 се оценява с 3 точки.

Верен отговор на зад. 7 се оценява със 7 точки.

1. в. 2. г. 3. а. 4. в. 5. б. 6. в. 7. 2.

8. а) -1 ; б) $c = -3$; в) фиг. 4; г) $S = 7,5 \text{ cm}^2$.

За пълно и обосновано решение.....15 т.

За пресмятане на коефициента k 3 т.

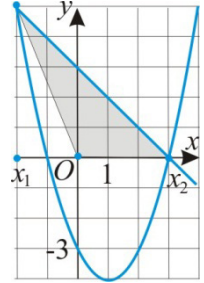
За пресмятане на коефициента c 3 т.

За графиката на линейната функция2 т.

За графиката на квадратната функция2 т.

За графичното представяне на решението на уравнението2 т.

За пресмятане на лицето3 т.



ФУНКЦИИ. ТЕСТ 2

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 6 се оценява с 3 точки.

Верен отговор на зад. 7 се оценява със 7 точки.

1. г. 2. б. 3. б. 4. в. 5. г. 6. а. 7. 1.

8. а) $k = -2$; б) $c = 10$; в) фиг. 4; г) $S = 4 \text{ cm}^2$.

За пълно и обосновано решение.....15 т.

За пресмятане на коефициента k 3 т.

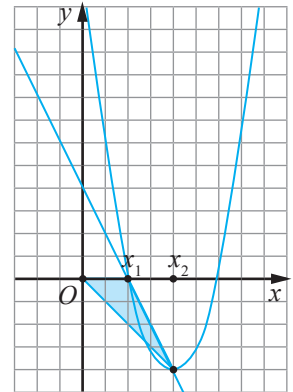
За пресмятане на коефициента c 3 т.

За графиката на линейната функция2 т.

За графиката на квадратната функция2 т.

За графичното представяне на решението на уравнението...2 т.

За пресмятане на лицето3 т.



СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ. ТЕСТ 1

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 3 точки. Верен отговор на зад. 5 се оценява със 7 точки.

1. г. 2. б. 3. в. 4. а. 5. (3; 2).

6. $(1; 3)$, $(\frac{7}{3}; \frac{1}{3})$.

За пълно и обосновано решение.....7 т.

За изключване на едното неизвестно2 т.

За решаване на квадратното уравнение3 т.

За намиране на всички решения	2 т.
7. $(0; \sqrt{3}), (0; -\sqrt{3}), (1; -1)$ и $(-1; 1)$.	
За пълно и обосновано решение	7 т.
За разлагане на второто уравнение	2 т.
За пълно решение на системата $\begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 6 \end{cases}$	2 т.
За пълно решение на системата $\begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 6 \end{cases}$	3 т.
8. 60 cm, 80 cm.	
За пълно и обосновано решение.....	7 т.
За въвеждане на неизвестните и определяне на допустимите стойности.....	1 т.
За съставяне на системата	2 т.
За решаване на системата	3 т.
За тълкуване на резултата.....	1 т.

СИСТЕМИ УРАВНЕНИЯ. ТЕСТ 2

Всеки верен отговор на задачи от 1. до 4. се оценява с 3 точки. Верен отговор на задача 5 се оценява с 7 точки.

1. б. 2. а. 3. в. 4. в. 5. (1; 2).

6. (2; 4), (7; -1).

За пълно и обосновано решение..... 7 т.

За изключване на едното неизвестно

За решаване на квадратното уравнение

За намиране на всички решения 2 т.

7. $(0; 1), (0; -1), (\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ и $(-\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$.

За пълно и обосновано решение

За разлагане на второто уравнение

За пълно решение на системата $\begin{cases} 5x^2 - 19xy + 4y^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$

За пълно решение на системата $\begin{cases} 5x^2 - 19xy + 4y^2 = 4 \\ 2x = y \end{cases}$

8. 34 m, 18 m.

За пълно и обосновано решение..... 7 т.

За въвеждане на неизвестните и определяне на допустимите стойности..... 1 т.

За съставяне на системата

За решаване на системата

За тълкуване на резултата..... 1 т.

ПОДОБНИ ТРИЪГЪЛНИЦИ. ТЕСТ 1

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 3 се оценява с 3 точки.

Верен отговор на зад. от 4 до 6 се оценява с 5 точки.

1. б. 2. в. 3. в. 4. 20 cm. 5. 100 cm². 6. 12 cm.

7. 4,8 cm.

За пълно и обосновано решение.....8 т.

За доказателство, че $\triangle MNB$ е равнобедрен (фиг. 1).....1 т.

За изразяване на страните му чрез страната на ромба и страните на $\triangle ABC$ 1 т.

За откриване на два подобни триъгълника (например $\triangle MBN$ и $\triangle ABC$).....1 т.

За доказателство, че са подобни.....2 т.

За намиране на $MN = 4,8$ cm.....3 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

8. 9,6 cm.

За пълно и обосновано решение.....8 т.

За доказателство, че $MN \parallel AB$ (фиг. 2).....1 т.

За намиране на бедрата и намиране на отсечките AM , MD , CN и BN2 т.

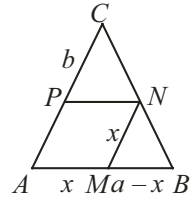
За обосновано намиране на $MP = 8$ cm.....1 т.

За откриване на два подобни триъгълника ($\triangle PNC$ и $\triangle KBC$). 1 т.

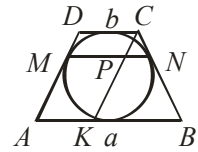
За доказателство, че са подобни и намиране на $PN = 1,6$ cm2 т.

За намиране на $MN = 9,6$ cm.....1 т.

Възможни са и други конструкции, например построяване на диагонал и разглеждане на две двойки подобни триъгълници. За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Фиг. 1



Фиг. 2

ПОДОБНИ ТРИЪГЪЛНИЦИ. ТЕСТ 2

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 3 се оценява с 3 точки. Верен отговор на зад. от 4 до 6 се оценява с 5 точки.

1. б. 2. г. 3. в. 4. 21 cm. 5. 12 cm^2 . 6. 16 cm.

7. 4,75 cm.

За пълно и обосновано решение.....8 т.

За доказателство, че $\triangle MNB$ е равнобедрен (фиг. 1).....1 т.

За изразяване на страните му чрез страната на ромба и страните на $\triangle ABC$ 1 т.

За откриване на два подобни триъгълника (напр. $\triangle MBN$ и $\triangle ABC$).....1 т.

За доказателство, че са подобни.....2 т.

За намиране на $MN = 4,75 \text{ cm}$3 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

8. 8,4 cm

За пълно и обосновано решение.....8 т.

За доказателство, че $MN \parallel AB$ (фиг. 2).....1 т.

За намиране на бедрата и намиране на отсечките AM, MD, CN и BN2 т.

За обосновано намиране на $MP = 6 \text{ cm}$1 т.

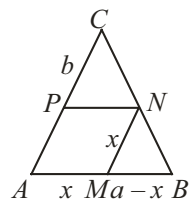
За откриване на два подобни триъгълника ($\triangle PNC$ и $\triangle KBC$)1 т.

За доказателство, че са подобни и намиране на $PN = 2,4 \text{ cm}$ 2 т.

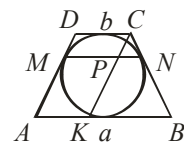
За намиране на $MN = 8,4 \text{ cm}$1 т.

Възможни са и други конструкции, например построяване на диагонал и разглеждане на две двойки подобни триъгълници.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Фиг. 1



Фиг. 2

РАЦИОНАЛНИ НЕРАВЕНСТВА. ТЕСТ 1

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 3 да се оценява с 3 точки. Верен отговор на зад. от 4 до 6 да се оценява с 5 точки.

1. б. 2. г. 3. г. 4. $x \in (-\infty; -2) \cup (0, 6; +\infty)$. **5.** $x \in (5; +\infty)$. **6.** $x \in (-4; 1, 5)$.

7. $(-\infty; -2) \cup (-1, 5; 1) \cup (3; +\infty)$

За пълно и обосновано решение 8 т.

За разлагане на $x^2 - 4x + 3$ 1,5 т.

За разлагане на $2x^2 + 7x + 6$ 1,5 т.

За записване на неравенството $(x - 1)(x - 3)(x + 2)(2x + 3) > 0$ 1 т.

За нанасяне на корените и знаците върху числовата ос 2 т.

За намиране на решението $x \in (-\infty; -2) \cup (-1, 5; 1) \cup (3; +\infty)$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

8. $[-3, 5; -2) \cup [1; 2] \cup [5; 6)$.

За пълно и обосновано решение 8 т.

За разлагане на $2x^2 + 5x - 7$ 1 т.

За разлагане на $x^2 - 7x + 10$ 1 т.

За разлагане на $x^2 - 4x - 12$ 1 т.

За записване на неравенството $\frac{(2x + 7)(x - 1)(x - 2)(x - 5)}{(x + 2)(x - 6)} \leq 0$ 1 т.

За нанасяне на корените от нечетна степен и знаците върху числовата ос 2 т.

За изключване на -2 и 6 и намиране на решението $x \in [-3, 5; -2) \cup [1; 2] \cup [5; 6)$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

За неизключване на -2 и 6 от решенията се отнема една точка.

РАЦИОНАЛНИ НЕРАВЕНСТВА. ТЕСТ 2

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 3 се оценява с 3 точки. Верен отговор на зад. от 4 до 6 се оценява с 5 точки.

1. а. 2. в. 3. б. 4. $x \in (-0,25; 3)$. 5. $x \in (-\infty; -3)$. 6. $x \in (-\infty; -5) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$.

7. $(-\infty; -5) \cup (-1; 0,2) \cup (2; +\infty)$.

За пълно и обосновано решение..... 8 т.

За разлагане на $x^2 + 3x - 10$ 1,5 т.

За разлагане на $5x^2 + 4x - 1$ 1,5 т.

За записване на неравенството $(x-2)(x+5)(x+1)(5x-1) > 0$ 1 т.

За нанасяне на корените и знаците върху числовата ос 2 т.

За намиране на решението $x \in (-\infty; -5) \cup (-1; 0,2) \cup (2; +\infty)$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

8. $[-2; -0,2] \cup (1; 3] \cup [4; 7)$.

За пълно и обосновано решение..... 8 т.

За разлагане на $5x^2 - 14x - 3$ 1 т.

За разлагане на $x^2 - 2x - 6$ 1 т.

За разлагане на $x^2 - 8x + 7$ 1 т.

За записване на неравенството $\frac{(5x+1)(x-3)(x+2)(x-4)}{(x-1)(x-7)} \leq 0$ 1 т.

За нанасяне на корените от нечетна степен и знаците върху числовата ос 2 т.

За изключване на 1 и 7 и намиране на решението $x \in [-2; -0,2] \cup (1; 3] \cup [4; 7)$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

За неизключване на 1 и 7 от решенията се отнема една точка.

ТРИГОНОМЕТРИЧНИ ФУНКЦИИ НА ОСТЪР ЪГЪЛ. ТЕСТ 1

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 3 се оценява с 3 точки. Верен отговор на зад. от 4 до 6 се оценява с 5 точки.

1. в. 2. б. 3. б. 4. $2\sqrt{3}$ см. 5. $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{6}}$. 6. 12.

7. 36 см.

За пълно и обосновано решение..... 8 т.

За намиране на $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ 2 т.

За намиране на $AB = 10$ см от $\triangle ABH$ (фиг. 1)..... 2 т.

За намиране на $AC = 13$ см..... 2 т.

За намиране на $P = 36$ см 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

8. 60 см².

За пълно и обосновано решение..... 8 т.

За построяване на височината DH (фиг. 2)..... 1 т.

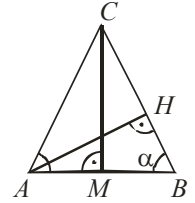
За намиране на $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ 2 т.

За намиране на $AD = 10$ от $\triangle ADH$ 2 т.

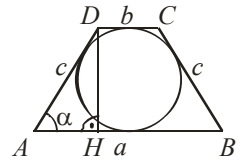
За обосноваване на $c = \frac{a+b}{2}$ 2 т.

За намиране на лицето $S = 60$ 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Фиг. 1



Фиг. 2

ТРИГОНОМЕТРИЧНИ ФУНКЦИИ НА ОСТЪР ЪГЪЛ. ТЕСТ 2

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 3 се оценява с 3 точки. Верен отговор на зад. от 4 до 6 се оценява с 5 точки.

1. б. 2. в. 3. г. 4. $3\sqrt{3}$ см. 5. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 6. 8 см.

7. 36 см.

За пълно и обосновано решение..... 8 т.

За намиране на $\sin\alpha = \frac{3}{5} = 0,6$ 2 т.

За намиране на $AB = 16$ см от $\triangle ABH$ (фиг. 1)..... 2 т.

За намиране на $AC = 10$ см..... 2 т.

За намиране на $P = 36$ см 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

8. 80 см².

За пълно и обосновано решение..... 8 т.

За построяване на височината DH (фиг. 2)..... 1 т.

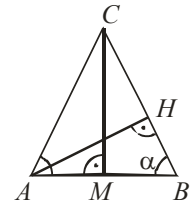
За намиране на $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ 2 т.

За намиране на $AD = 10$ от $\triangle ADH$ 2 т.

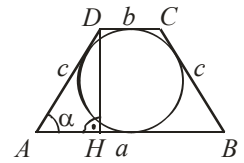
За обосноваване на $c = \frac{a+b}{2}$ 2 т.

За намиране на лицето $S = 80$ 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Фиг. 1



Фиг. 2

ГОДИШЕН ПРЕГОВОР. ТЕСТ 1

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 2 точки. Верен отговор на зад. от 5 до 8 се оценява с 3 точки.

1. в. 2. в. 3. б. 4. б. 5. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{6}$. 6. Системата е несъвместима (няма решение).

7. $x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ 8. $\frac{2 \cdot 12!}{13!} = \frac{2}{13}$.

9. (1; -2)

За пълно и обосновано решение.....5 т.

За получаване на уравнение с едно неизвестно 2 т.

За решаване на полученото уравнение 2 т.

За получаване на решението на системата (1; -2) 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

10. (6; 2), (-6; -2), $(4\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$, $(-4\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$.

За пълно и обосновано решение..... 5 т.

За споменаване, че (0; 0) не е решение на системата и полагане $\frac{x}{y} = u$ 1 т.

За решаване на полученото квадратно уравнение 1 т.

За получаване на решенията на двете нови системи 2 т.

За записване решенията на първоначалната системата 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

11. $\frac{m\sqrt{10}}{2}$.

За пълно и обосновано решение..... 5 т.

За намиране на катета $AC = \frac{m\sqrt{2}}{2}$ (фиг. 1) 1 т.

За намиране $CM = \frac{m\sqrt{2}}{2}$ 1 т.

За намиране на катета $BC = m\sqrt{2}$ 1 т.

За намиране на хипотенузата $AB = \frac{m\sqrt{10}}{2}$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

12. $2\sqrt{5}$ cm.

За пълно и обосновано решение..... 5 т.

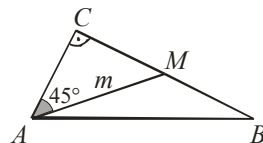
За доказване $\triangle AMH \sim \triangle CMB$ (фиг. 2)..... 2 т.

За намиране на основата $AB = 4$ 1 т.

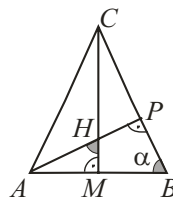
За намиране на бедрото $BC = 2\sqrt{5}$ 2 т.

Бедрото може да се намери, както с питагорова теорема, така и с тригонометрия.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Фиг. 1



Фиг. 2

ГОДИШЕН ПРЕГОВОР. ТЕСТ 2

Всеки верен отговор на зад. от 1 до 4 се оценява с 2 точки. Верен отговор на зад. от 5 до 8 се оценява с 3 точки.

1. г. 2. б. 3. а. 4. б. 5. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{6}$. 6. Системата е несъвместима (няма решение).

7. $x \in (1; 3) \cup (3; +\infty)$. 8. $\frac{6 \cdot 16!}{18!} = \frac{6}{17 \cdot 18} = \frac{1}{51}$.

9. $(-2; 1)$.

За пълно и обосновано решение..... 5 т.

За получаване на уравнение с едно неизвестно 2 т.

За решаване на полученото уравнение 2 т.

За получаване на решението на системата $(-2; 1)$ 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

10. $(4; 2)$, $(-4; -2)$, $(\sqrt{10}; \sqrt{10})$, $(-\sqrt{10}; -\sqrt{10})$.

За пълно и обосновано решение..... 5 т.

За споменаване, че $(0; 0)$ не е решение на системата и полагане $\frac{x}{y} = u$ 1 т.

За решаване на полученото квадратно уравнение 1 т.

За получаване на решенията на двете нови системи 2 т.

За записване решенията на първоначалната системата 1 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

11. $\frac{\sqrt{13}}{2} m$.

За пълно и обосновано решение..... 5 т.

За намиране на катета $AC = \frac{m}{2}$ (фиг. 1) 1 т.

За намиране $CM = \frac{m\sqrt{3}}{2}$ 1 т.

За намиране на катета $BC = m\sqrt{3}$ 1 т.

За намиране на хипотенузата $AB = \frac{m\sqrt{13}}{2}$ 2 т.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.

12. $3\sqrt{10}$ cm.

За пълно и обосновано решение..... 5 т.

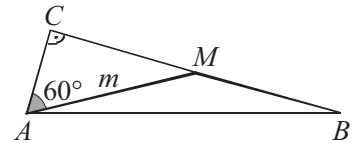
За доказване $\triangle AMH \sim \triangle CMB$ (фиг. 2)..... 2 т.

За намиране на основата $AB = 6$ 1 т.

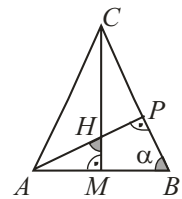
За намиране на бедрото $BC = 3\sqrt{10}$ 2 т.

Бедрото може да се намери както с питагорова теорема, така и с тригонометрия.

За допускане на техническа грешка се отнема една точка.



Фиг. 1



Фиг. 2

ИЗПОЛЗВАНЕ НА ЕЛЕКТРОННИЯ УЧЕБНИК И ЕЛЕКТРОННИТЕ РЕСУРСИ КЪМ УЧЕБНИКА

Електронният вариант на учебника е част от учебния комплект и може да бъде открит в модерната и иновативна дигитално образователната среда iZZI.

Предназначен е за:

- подпомагане извършването на разнообразни дейности в часа под непосредственото ръководство на учителя;
- самостоятелна работа на учениците в часа и вкъщи;
- групова работа на учениците;
- дистанционно взаимодействие.

Дава възможност в обучението да се използва богато дигитално съдържание, което осигурява прилагането на съвременни интерактивни методи и технологии в образователния процес. Предлага и допълнителни варианти за проверка и оценка на знанията, възможности за поставяне на индивидуални задачи, надграждане на задължителното учебно съдържание. Съобразен е с различните стилове на учене и възприемането на информация чрез техники, стимулиращи активното участие на обучаемите в образователния процес.

Електронният вариант на учебника може да се използва в *онлайн* (с интернет) режим, а след изтегляне на електронния вариант и на ресурсите и в *офлайн* (без интернет) режим.

Дигитално образователната среда iZZI позволява непрекъснат достъп по всяко време и от всяко място до учебното съдържание от стационарни (персонални компютри, лаптопи) и различни мобилни устройства (смартфони, таблети) с различни платформи – Windows, Android и iOS. Всяка актуализация на учебното съдържание се появява автоматично в библиотеката на потребителя.

Препоръчително е да се използват следните браузъри при работа с електронната платформа:

Google Chrome, Microsoft Edge, Microsoft Internet Explorer.

Мултимедийните ресурси към електронния вариант на учебника включват:

- **интерактивни задачи и упражнения** към урочните статии с разнообразен формат;
- **видеоматериали**, които поднасят по атрактивен начин части от учебното съдържание;

- **мултимедийни разработки** с допълнителна информация, свързана с темите на работните текстове;
- **графични материали**, включващи отделни фотографии и галерии със снимки, онагледяващи учебното съдържание;
- **алгоритми и образци** за дейности на ученика;
- **различни по формат тестови** задачи за проверка и оценка на знанията и уменията на учениците.

Как се използва

Електронните ресурси са обособени в тематични модули, съответстващи на структурата на учебника. Всеки от електронните ресурси има название, което дава представа за съдържанието и предназначението му. Той може да се използва по преценка на учителя – в уроци за нови знания, в упражнения, в обобщителни уроци, при преговор и т.н.

Чрез използването на електронния вариант на учебника в обучението се прилагат на практика дидактическите принципи *нагледност и активност*.

Бележки на учителя



**Книга за учителя
по математика за 9. клас**

Автори

гл. ас. Теодоси Витанов
Петър Недевски
Мариана Къосева

Редактор

Светла Караджова

Графичен дизайн и корица

Петко Минчев

Коректор

Румяна Стефанова

Българска. Издание първо/преработено, 2024 г.
Формат 70×100/16. Печатни коли 5
ISBN 978-619-215-299-4

Издател

„КЛЕТ БЪЛГАРИЯ“ ООД
1756 София, ул. „Лъчезар Станчев“ № 5,
комплекс „Софарма Бизнес Тауърс“,
сграда А, ет. 12, тел.: 0700 47 400,
e-mail: info@klett.bg, www.klett.bg

ISBN 978-619-215-299-4



9 786192 152994